MATEMÁTICA

EXAME NACIONAL PARA CERTIFICAÇÃO DE COMPETÊNCIA DE JOVENS E ADULTOS

encceja

ENSINO FUNDAMENTAL
LIVRO DO ESTUDANTE

ENCCEJA

ENSINO FUNDAMENTAL
LIVRO DO ESTUDANTE

MATEMÁTICA

encceja EXAME NACIONAL PARA CERTIFICAÇÃO DE COMPETÊNCIA DE JOVENS E ADULTOS

inep Ministério da Educação

inep Ministério da Educação

- República Federativa do Brasil
- Ministério da Educação
- Secretaria Executiva
- Instituto Nacional de Estudos
e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
- Diretoria de Avaliação para Certificação de Competências

Matemática

Livro do Estudante

Ensino Fundamental

Matemática

Livro do Estudante

Ensino Fundamental

Brasília

MEC/INEP

2006

Coordenação Geral do Projeto
Maria Inês Fini

Coordenação de Articulação de Textos do Ensino Fundamental
Maria Cecília Guedes Condeixa

Coordenação de Texto de Área
Ensino Fundamental
Matemática
Célia Maria Carolino Pires

Leitores Críticos

Área de Psicologia do Desenvolvimento
Márcia Zampieri Torres
Maria da Graça Bompastor Borges Dias
Leny Rodrigues Martins Teixeira
Lino de Macedo

Área de Matemática
Área de Matemática e suas Tecnologias
Eduardo Sebastiani Ferreira
Maria Eliza Fini
Maria Cristina Souza de Albuquerque Maranhão

Diretoria de Avaliação para Certificação de Competências (DACC)
Equipe Técnica
Ataíde Alves – Diretor
Alessandra Regina Ferreira Abadio
Célia Maria Rey de Carvalho
Ciro Haydn de Barros
Clediston Rodrigo Freire
Daniel Verçosa Amorim
David de Lima Simões
Dorivan Ferreira Gomes
Érika Márcia Baptista Caramori
Fátima Deyse Sacramento Porcidonio
Gilberto Edinaldo Moura
Gislene Silva Lima
Helvécio Dourado Pacheco
Hugo Leonardo de Siqueira Cardoso
Jane Hudson Abranches
Kelly Cristina Naves Paixão
Lúcia Helena P. Medeiros
Maria Cândida Muniz Trigo
Maria Vilma Valente de Aguiar
Pedro Henrique de Moura Araújo
Sheyla Carvalho Lira
Suely Alves Wanderley
Taíse Pereira Liocádio
Teresa Maria Abath Pereira
Weldson dos Santos Batista

Capa
Marcos Hartwich

Ilustrações
Raphael Caron Freitas

Coordenação Editorial
Zuleika de Felice Murrie

M425 Matemática : livro do estudante : ensino fundamental / Coordenação : Zuleika de Felice Murrie. — 2. ed. — Brasília : MEC : INEP, 2006.
214p. ; 28cm.

1. Matemática (Ensino fundamental). I. Murrie, Zuleika de Felice.

CDD 372.73

Sumário

Introdução

Este material foi desenvolvido pelo Ministério da Educação com a finalidade de ajudá-lo a preparar-se para a avaliação necessária à obtenção do certificado de conclusão do **Ensino Fundamental** denominada ENCCEJA – Exame Nacional de Certificação de Competências de Jovens e Adultos.

A avaliação proposta pelo Ministério da Educação para certificação do **Ensino Fundamental** é composta de 4 provas:

1. Língua Portuguesa, Língua Estrangeira, Educação Artística e Educação Física
2. Matemática
3. História e Geografia
4. Ciências

Este exemplar contém as orientações necessárias para apoiar sua preparação para a prova de **Matemática**.

A prova é composta de 45 questões objetivas de múltipla escolha, valendo 100 pontos.

Este exame é diferente dos exames tradicionais, pois buscará verificar se você é capaz de usar os conhecimentos em situações reais da sua vida em sociedade.

As competências e habilidades fundamentais desta área de conhecimento estão contidas em:

- I. Compreender a Matemática como construção humana, relacionando o seu desenvolvimento com a transformação da sociedade.
- II. Ampliar formas de raciocínio e processos mentais por meio de indução, dedução, analogia e estimativa, utilizando conceitos e procedimentos matemáticos.
- III. Construir significados e ampliar os já existentes para os números naturais, inteiros e racionais.
- IV. Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade, e agir sobre ela.
- V. Construir e ampliar noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
- VI. Construir e ampliar noções de variação de grandeza para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.
- VII. Construir e utilizar conceitos algébricos para modelar e resolver problemas.

VIII. Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação.

IX. Compreender conceitos, estratégias e situações matemáticas numéricas para aplicá-los a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e da atividade cotidiana.

Os textos que se seguem pretendem ajudá-lo a compreender melhor cada uma dessas nove competências. Cada capítulo é composto por um texto básico que discute os conhecimentos referentes à competência tema do capítulo. Esse texto básico está organizado em duas colunas. Durante a leitura do texto básico, você encontrará dois tipos de boxes: um boxe denominado de ***desenvolvendo competências*** e outro, de ***texto explicativo***.

O boxe ***desenvolvendo competências*** apresenta atividades para que você possa ampliar seu conhecimento. As respostas podem ser encontradas no fim do capítulo. O boxe de ***texto explicativo*** indica possibilidades de leitura e reflexão sobre o tema do capítulo.

O texto básico está construído de forma que você possa refletir sobre várias situações-problema de seu cotidiano, aplicando o conhecimento técnico-científico construído historicamente, organizado e transmitido pelos livros e pela escola.

Você poderá, ainda, complementar seus estudos com outros materiais didáticos, freqüentando cursos ou estudando sozinho. Para obter êxito na prova de **Matemática** do ENCCEJA, esse material será fundamental em seus estudos.

Capítulo I

MATEMÁTICA: UMA CONSTRUÇÃO HUMANA

COMPREENDER A MATEMÁTICA COMO CONSTRUÇÃO HUMANA, RELACIONANDO O SEU DESENVOLVIMENTO COM A TRANSFORMAÇÃO DA SOCIEDADE.

Vinício de Macedo Santos

Capítulo I

Matemática: uma construção humana

Apresentação

Você consegue imaginar a sua vida sem usar os números, sem fazer cálculos ou medidas? Como seria na hora de ir fazer suas compras, pagar suas contas ou marcar um compromisso?

Você já se perguntou alguma vez de onde vêm e como são geradas nossas idéias, os nossos conhecimentos matemáticos?

São muitas e muitas as informações disponíveis ao nosso redor. Convivemos a todo instante com tantas invenções e conquistas que, de algum modo, mudaram e até facilitaram nossa vida e nem nos damos conta de que, em outras épocas, as coisas eram totalmente diferentes.

Você já tem vários conhecimentos de Matemática e deve ter curiosidade em saber mais. Neste capítulo você terá oportunidade de avaliar o que sabe, de conhecer mais, para responder muitas das suas perguntas, além de continuar fazendo outras e enfrentar aquelas situações que dependem de algum conhecimento matemático.

Convidamos você a continuar lendo este capítulo e desenvolver as atividades propostas, tendo sempre com você um caderno e um lápis para fazer anotações.

Alguma vez você já se perguntou: de onde vem a Matemática?

Quando um grupo de pessoas se depara com um problema ou com alguma dificuldade qual é, no seu ponto de vista, a atitude que deve ser tomada? Ignorar o problema ou encontrar uma solução?

A Matemática foi sendo inventada pelo homem porque a vida dele foi exigindo que resolvesse certos problemas para compreender a natureza, transformá-la e continuar se desenvolvendo. À medida que conhece melhor o mundo natural, o homem vai gerando ciência, tecnologia e arte.

Os números que conhecemos e costumamos usar, os cálculos escritos ou de cabeça que fazemos diariamente, as formas geométricas que podem ser observadas nos prédios, pontes ou embalagens, os gráficos, tabelas, entre muitas outras coisas, são parte da criação humana. Todas elas são parte da Matemática.

A presença da Matemática

Leia o texto abaixo, faça observações no ambiente em que vive e registre as situações em que você reconhece a presença da Matemática:

As primeiras pistas são dadas pela natureza

O homem já acreditou que a Terra ocupava o centro do universo e que era um grande disco composto da Europa e Ásia que não se movia. Ele também já pensou que vivia dentro de uma esfera cuja parte superior era o céu e que este mesmo céu poderia desabar. E, ainda, que muitos fenômenos naturais ocorriam em conseqüência da fúria de deuses contrariados. Ainda hoje, há povos que permanecem acreditando em idéias mais ou menos parecidas. Esse conhecimento, para grande parte da humanidade, foi sendo substituído por outro: um conhecimento baseado em evidências e fatos comprovados.

Idéias relativas aos **números**, à percepção das **formas** e suas representações, tornaram-se possíveis graças a pistas oferecidas pela natureza.

Observando os fenômenos que se repetem regularmente é possível dizer que, olhando para o céu e a sua volta, o homem desenvolveu idéias que levaram à criação da Matemática e de outros conhecimentos. Por exemplo:

As quatro fases da lua que ocorrem num período de 28 dias. O ano, num período de aproximadamente 365 dias. O número de pétalas numa flor, dos braços de uma estrela-do-mar, a quantidade de pernas nos animais e o modo como eles se movimentam, serviram de base para o desenvolvimento de muitos conhecimentos e para o desenvolvimento de teorias e técnicas.

Formas como triângulos, quadrados, hexágonos, círculos, elipses, espirais, esferas, cubos, etc., podem ser vistas com abundância em flores, frutos, planetas e noutros fenômenos naturais. Isso também ocorre no movimento descrito pelas estrelas e planetas, nas curvas do arco-íris, nas ondas formadas pelo vento, na areia dos desertos ou na superfície das águas.

As explicações para tudo que o homem foi observando na natureza e tentando entender desenvolveram-se lentamente, ao longo de muitos séculos. A Matemática foi construída ao mesmo tempo como uma **forma de pensamento** e como **uma ferramenta** que o homem utilizava para **organizar suas idéias e ajudar a entender as leis que governam o universo e os fenômenos naturais**. Foi assim que ele descobriu que a Terra é redonda, que faz um giro ao redor do Sol, que demora 365 dias, 5 horas, 48 minutos e 46 segundos. Determinou também que existem nove planetas no nosso sistema solar e não seis, como se acreditou no século XVI. Foi capaz de calcular a rapidez da queda de um corpo e dizer por que ele cai do alto, atraído por uma força da Terra: a **gravidade**, a mesma força que nos segura em cima dela.

A natureza é rica em fenômenos que serviram de inspiração para a construção do conhecimento humano.

Contando e calculando

Olhe a sua volta e verifique onde há números, formas, gráficos, tabelas e outros símbolos matemáticos. O que foi possível observar? Escreva tudo o que você conseguiu ver. Separe aqueles elementos que você acha que foram inventados pelo homem e aqueles que estão na natureza.

Tente lembrar-se de algumas maneiras que as pessoas utilizam para contar, indicar quantidades, marcar os pontos de um jogo ou apresentar o resultado de uma partida de futebol. Escreva no seu caderno algumas dessas formas.

Você já usou os dedos para contar ou calcular? E uma máquina calculadora?

Você sabia que contar nos dedos é uma prática usual e muito antiga? Foi um importante recurso que auxiliou o homem na criação dos números e das operações. Alguns povos usaram, e outros ainda usam, a mão e o corpo como instrumentos para contar e calcular.

Hoje calculamos muito rapidamente com lápis e papel ou simplesmente apertando a tecla de uma calculadora ou de um computador. No entanto, houve época em que os números e o cálculo não existiam e foi preciso inventá-los. O uso de marcas e entalhes em ossos e pedaços de madeira, os dedos das mãos, outras partes do corpo, e os ábacos, foram instrumentos indispensáveis para isso.

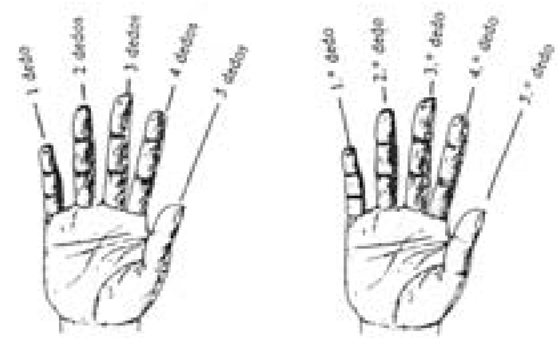


Figura 1 – IFRAH, G. Os números: a história de uma grande invenção. 2 ed. Tradução de Stella M. de Freitas Senra. Rio de Janeiro: Globo, 1989. Tradução de: Les Chiffres, ou l'histoire d' une grand invention.

O ábaco é um instrumento que o homem antigo inventou para contar e fazer cálculos. Há vários tipos de ábacos. O mais comum é composto de hastes ou varetas em que se movimentam pequenas contas ou pedras furadas que indicam as quantidades. Cada pedra ou conta terá um valor que depende da posição da haste em que está colocada. Por exemplo: na primeira posição à direita tem valor de uma unidade, na segunda posição de 10, na seguinte de 100 e assim por diante.

Veja dois tipos de ábacos nas figuras abaixo:

Figura 2 e 3 – IFRAH, G. Os números: a história de uma grande invenção. 2 ed. Tradução de Stella M. de Freitas Senra. Rio de Janeiro: Globo, 1989. Tradução de: Les Chiffres, ou l'histoire d' une grand invention.

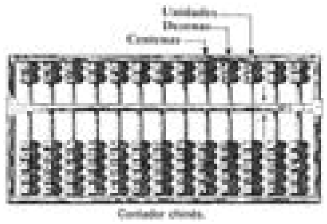


Figura 2

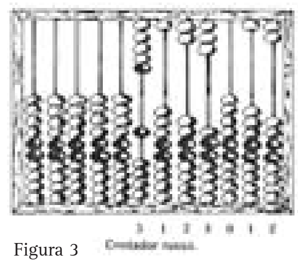


Figura 3

O tempo e a velocidade

Podemos marcar o tempo consultando um relógio de ponteiros ou digital, um calendário impresso ou eletrônico. Nos últimos anos, com o uso de computadores pode-se prever fenômenos climáticos com alguma certeza, para saber se vai chover ou fazer sol nos próximos dias.

Mas houve época em que os relógios não existiam. A posição do sol, a aparência da lua ou mesmo uma vela queimando ou uma ampulheta serviam como meios para o homem marcar e controlar o tempo e fazer alguma previsão.

Figura 4

Hoje também podemos planejar nossos horários e trajetos, pois é possível nos deslocarmos de maneira muito rápida, utilizando meios de transporte (ônibus, automóvel, bicicleta, barco, trem ou avião) que aproximam dois bairros, duas cidades ou países.

Graças ao desenvolvimento tecnológico e à engenharia, atualmente as distâncias podem ser rapidamente percorridas. No passado, o homem se deslocou entre grandes distâncias caminhando, montado em um camelo ou cavalo, ou conduzindo embarcações lentas empurradas pelo vento.

E você? Quando vai fazer uma viagem, quais meios de transporte costuma usar? Qual você prefere e por quê?

A tecnologia moderna permite que um fato ocorrido no Japão, no mesmo instante, seja conhecido em diferentes pontos do planeta. Isto porque podemos nos comunicar, instantaneamente, usando satélite, telefone ou Internet.

As informações e mensagens já foram transmitidas, no passado, de forma oral ou escrita por vários meios: no "boca-a-boca", por mensageiros a cavalo, pombos-correio, telégrafo sem fio, a cabo, etc.

Quando você precisa se comunicar com uma pessoa que esteja em outro lugar, qual desses meios você costuma utilizar?

No passado ou no presente, a Matemática, junto com outras ciências (Física, Astronomia, Química etc.) ajuda o homem a encontrar solução para seus desafios, sejam eles a construção de estradas, pontes, túneis, embarcações, aviões, foguetes e satélites ou, ainda, a melhoria de condições básicas de cidadania, que incluem a saúde, a educação, a moradia, entre outros aspectos.

A linguagem matemática

Se você olhar com atenção verá que as notícias e as informações que atualmente recebemos pelos meios de comunicação estão cheias de idéias e símbolos matemáticos que precisamos ler e interpretar.

1 Desenvolvendo Competências

I. Quando você lê jornal, revista ou vê televisão que tipo de símbolo ou registro matemático você identifica? Escreva alguns no caderno.

II. Leia o texto abaixo e procure interpretar sua mensagem. Identifique e marque todos os símbolos e termos matemáticos que encontrar.

A cidade de São Paulo é a maior cidade brasileira, com aproximadamente 10 milhões de habitantes, o que faz com que esteja no grupo das primeiras cidades mais populosas do mundo. O Brasil tem 5.561 municípios e uma população por volta de 170 milhões de habitantes e São Paulo, sozinha, tem, portanto, o equivalente a quase 6% da população brasileira. Um outro dado significativo é a quantidade de veículos dessa cidade, que é de aproximadamente cinco milhões. Isto permite concluir que, em média, há um veículo para cada dois habitantes. É por isso que os moradores dessa cidade enfrentam, diariamente, dezenas e, às vezes, centenas de quilômetros de congestionamento.

Leia agora o texto, "pulando" as informações matemáticas que você destacou. Verifique se é possível compreender a mensagem do autor e escreva algumas das suas conclusões.

Entre as diversas maneiras de se registrar informações matemáticas atualmente, ou em tempos passados há, por exemplo:

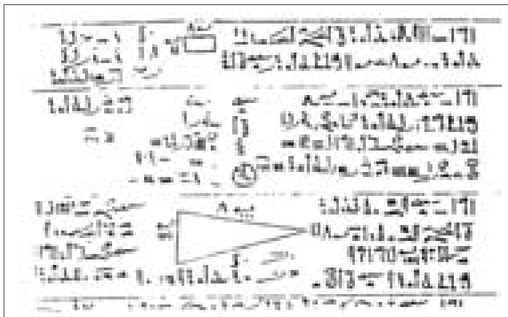


Figura 5 – Uma página do Papiro de Rhind.
BOYER, C. História da Matemática. Ed. Edgard BLÜCHER, p. 7

Você conhece algum outro registro matemático diferente dos que foram apresentados? Você acha que gráficos e tabelas são registros matemáticos? Se precisar, pesquise em livros, revistas, jornais etc.

Você está bastante familiarizado com um dos sistemas de numeração criados pelo homem, que é o sistema indo-arábico. Há algum outro sistema de numeração que você utiliza no seu dia-a-dia?

Possivelmente você já viu relógios em que as horas são marcadas com algarismos romanos, assim como já leu ou registrou informações contendo o século em que ocorreu um fato importante ou o nome de algum rei usando esses mesmos algarismos romanos.

Desenvolvendo Competências

2

Na figura abaixo há símbolos numéricos de alguns sistemas de numeração antigos e é feita uma correspondência com os números indo-arábicos.

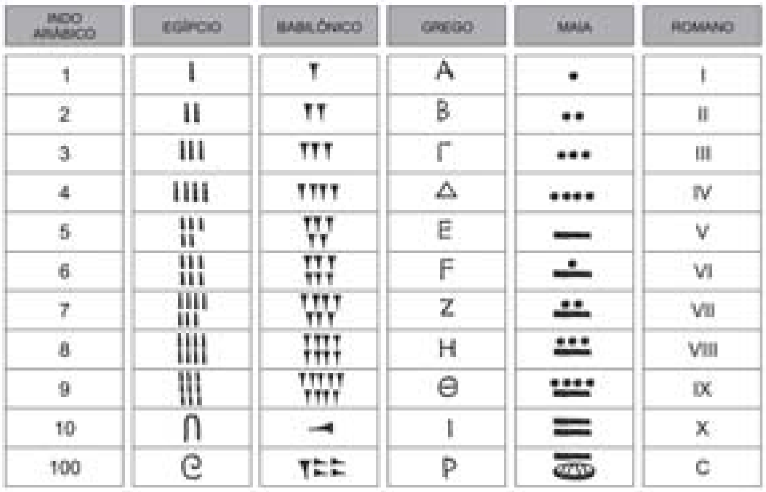


Figura 6 – Adaptado de SOLOMON, C. Matemática. Série prisma. Ed. Melhoramentos, 1977, pp. 22 e 23.

I. De acordo com o quadro acima, o século em que estamos vivendo é representado por:

a) XX b) XIX c) XXI d) CCI

Você já viu como são representados os planetas do nosso sistema solar e suas órbitas? Faça um rascunho no seu caderno. Se achar necessário pesquise em livros e revistas.

Diferentes modelos usando figuras geométricas foram criados para representar as órbitas dos planetas. Um deles deve-se ao físico Kepler, no século XVI, que revela o fascínio que a harmonia e perfeição dessas figuras exerciam sobre o homem naquela época.

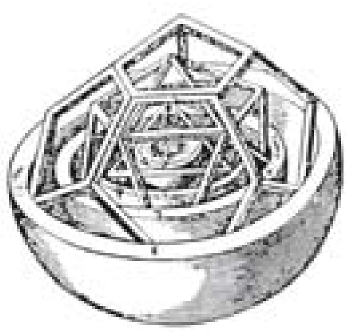


Figura 7 – KOESTLER, Arthur. Os sonâmbulos: história das concepções do homem sobre o universo. Tradução de Alberto Denis. São Paulo: IBRASA, 1961. (Biblioteca Histórica; v. 7). Tradução de: The sleepwalkers: a history of man's changing vision of the universe

Você conhece as figuras geométricas usadas nessas representações? Sabe o nome de algumas delas e o que cada uma tem de igual e de diferente em relação às outras?

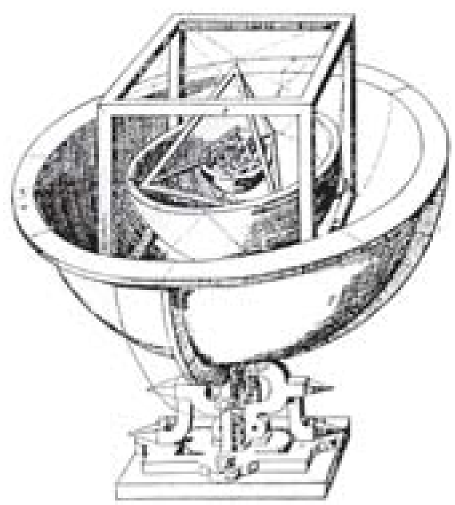


Figura 8 – KOESTLER, Arthur. Os sonâmbulos: história das concepções do homem sobre o universo. Tradução de Alberto Denis. São Paulo: IBRASA, 1961. (Biblioteca Histórica; v. 7). Tradução de: The sleepwalkers: a history of man's changing vision of the universe

Desenvolvendo Competências

3

I. Analisando diferentes formas geométricas, que semelhanças e que diferenças você observa entre:

– um círculo e uma esfera?

– um triângulo e uma pirâmide?

– um quadrado e um cubo?

Quais dessas são figuras planas?

E quais são figuras não planas?

Você já observou sua conta de água? Nela constam números que indicam o custo/preço, o consumo em metros cúbicos, a data de vencimento e a data em que foi feita a leitura do consumo, o número da casa e o CEP (código postal) no endereço, o código da empresa fornecedora de água etc. Em uma conta de luz, de água ou em um cupom de supermercado também aparecem vários tipos de números. Utilize um comprovante de compra de supermercado e procure identificar os diferentes registros numéricos que há nele. Faça uma listagem dos números que aparecem e escreva ao lado de cada um o que indicam. Para que serve cada tipo de número encontrado no cupom?

Nas teclas de uma calculadora e no seu visor, diferentes símbolos matemáticos podem ser observados. Pegue uma calculadora e procure identificar o significado de cada símbolo e a forma de utilizar cada tecla.

Desenvolvendo Competências

4

I. A receita de farofa de carne-de-sol contém lacunas que você deverá preencher. Depois de preenchida confira sua receita com a apresentada no final do capítulo.

Receita de farofa de carne-de-sol:

Ingredientes:

________ *de carne-de-sol;*

________ *azeitonas verdes;*

________ *de sopa de manteiga;*

________ *cebola cortada em rodelas;*

________ *de chá de alho picado;*

________ *de sobremesa de hortelã picada;*

________ *pitadas de sal;*

________ *bananas-prata;*

________ *copos de farinha de mandioca.*

Tempo de preparo: _____ *hora.*

Rendimento: ________ *porções.*

Desenvolvendo Competências

5

I. Escolha um programa de televisão ou de rádio, de preferência um noticiário e procure interpretar as notícias apresentadas anotando no seu caderno todo e qualquer tipo de informação e idéia matemáticas que você for vendo e/ou ouvindo no decorrer do noticiário. Ao final verifique aquelas que são relacionadas com os diferentes tipos de números que você conhece, com figuras ou noções de geometria, com as medidas, com a estatística, etc.

Você já deve ter observado que a Matemática se utiliza de registros, códigos, símbolos. Enfim, que ela tem uma linguagem própria. Mas o que é importante é que essa linguagem é universal. Praticamente, é utilizada em todos os recantos do mundo, favorecendo a comunicação entre os povos.

A Matemática é uma só?

A atividade matemática tem sido influenciada pela cultura e condições sociais e econômicas em cada época. As civilizações egípcia, grega e árabe tinham necessidades diferentes, relacionadas aos seus costumes. Por isso, possivelmente, os processos e conhecimentos matemáticos puderam ser mais desenvolvidos em uma região do que em outra.

Os babilônios contribuíram com uma **Aritmética** bastante desenvolvida. Os egípcios, além de noções aritméticas, contribuíram com **conhecimentos iniciais da Geometria**. Os gregos com a **Geometria abstrata** e os árabes com a **numeração e a Álgebra**.

Na história da Matemática, vários tipos de problemas foram servindo de base para o homem construir o seu conhecimento matemático e, dependendo da natureza do problema, sua solução favoreceu o desenvolvimento da Aritmética, da Geometria, da Álgebra, da Trigonometria, da Estatística, das Probabilidades, da Teoria dos Números, etc.

O homem, em geral, usa seus conhecimentos para resolver problemas concretos. Os problemas que ele não consegue resolver, ou as perguntas que vai fazendo para si mesmo, dão origem a outros conceitos. Os conhecimentos são organizados em novos campos, ampliando esse "universo de conhecimentos" em um ritmo, cada vez mais intenso.

Como já foi dito, a Matemática é uma construção da inteligência humana feita ao longo da história do homem, em decorrência da sua relação com a natureza e da vida em sociedade.

Há certos conhecimentos de Matemática que a maioria dos cidadãos precisa utilizar para entender muitos aspectos das diferentes culturas em que vivem, para se comunicar e enfrentar algumas situações do dia-a-dia. Contar, fazer medidas e operações, ler e interpretar informações de gráficos e tabelas, saber argumentar ou contra argumentar, bem como comunicar um raciocínio aplicado para resolver um determinado problema são alguns desses usos.

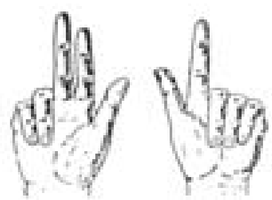


Figura 9 – IFRAH, G. Os números: a história de uma grande invenção. 2 ed. Tradução de Stella M. de Freitas Senra. Rio de Janeiro: Globo, 1989. Tradução de: Les Chiffres, o l' histoire d' une grand invention.

Figura 10 – IFRAH, G. Os números: a história de uma grande invenção. 2 ed. Tradução de Stella M. de Freitas Senra. Rio de Janeiro: Globo, 1989. Tradução de: Les Chiffres, o l' histoire d' une grand invention.

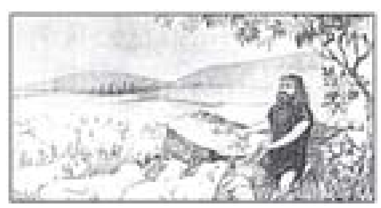


Figura 11 – TOLEDO, M. Didática de Matemática: como dois e dois: a construção da Matemática. São Paulo: FTD, c 1997. (Conteúdo e metodologia).

Há também conhecimentos avançados utilizados por matemáticos, cientistas e profissionais de outras áreas e que são aplicados em situações nem sempre compreendidas pela maioria das pessoas. Por exemplo, o funcionamento de um cartão telefônico, de um cartão magnético de banco, de um motor de automóvel ou de um computador.

A Matemática se desenvolve tanto a partir de problemas do mundo em que os homens vivem, como também é estimulada por problemas internos a ela.

Uma das formas de divulgação da Matemática é feita, na escola, pelos professores e livros. É onde os conhecimentos podem ser apresentados de maneira adequada para que sejam utilizados nas diferentes situações que fazem parte da vida numa sociedade moderna.

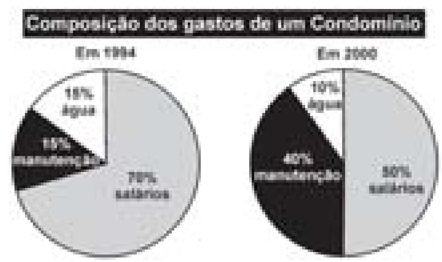


Gráfico 1

Da explicação de fenômenos naturais à tecnologia

Vejamos alguns exemplos da contribuição da Matemática na compreensão e análise de fenômenos naturais e da produção tecnológica.

Leia o texto abaixo:

Uma das formas antigas para se saber a hora era pela posição do sol. À medida que a terra gira, durante o dia, observa-se que o sol muda de posição, no céu, modificando o tamanho e a posição da sombra dos objetos na Terra. O relógio solar é baseado nesse princípio para marcar as horas.

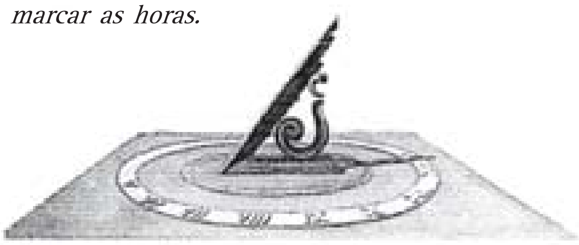


Figura 12 – Disponível em http://pcdsh01.on.br/figuras/RelSolBsa.jpg.

Você conhece esse tipo de relógio?

Quais são as dificuldades que esse tipo de relógio apresenta?

Fenômenos naturais que se repetem, como o dia, a noite, as fases da lua e estações do ano são uma espécie de "relógio natural". Eles foram usados inicialmente para marcar intervalos de tempo.

Mas como esses fenômenos ocorrem em períodos de tempo longos, foi necessário encontrar um meio para marcar intervalos de tempo de forma mais precisa.

O relógio de sol ou mostrador solar é constituído de uma vareta colocada verticalmente no solo. Ele reproduz a situação em que o tronco de uma árvore projeta sua sombra, marcando o movimento do sol. Os romanos, desde 300 a.C., consideravam o dia solar dividido em doze partes para o dia e doze para a noite.

Quando o sol estava visível, era possível ver a hora pela coincidência da sombra com uma das doze marcas. O problema consiste na impossibilidade de se saber as horas nos dias em que não há sol, ou durante a noite. Os relógios que nós utilizamos hoje permitem também marcar intervalos de tempos menores.

Entre os relógios que são usados hoje em dia, no pulso, na parede, nas ruas, há os de ponteiros e os digitais. Em qual deles você tem maior facilidade de ler as horas? Por que? Escreva sobre a diferença que eles apresentam ao indicar as horas.

Os dois tipos de relógio indicam as horas, minutos e segundos, baseados no princípio de que uma hora tem 60 minutos e um minuto tem 60 segundos. Porém, no relógio digital, a indicação das horas é direta, porque ele tem um mecanismo que conta os números de 60 em 60, apresentando, assim, o resultado da contagem. No relógio de ponteiros, o visor está dividido em 12 partes e há três ponteiros sincronizados, mas cada um com uma velocidade diferente, de modo que temos que interpretar o número que cada um está indicando.

É provável que muitas pessoas não consigam decidir qual relógio é mais difícil, pois depende de estarem habituados com um ou com o outro.

Desenvolvendo Competências

6

A figura abaixo representa um relógio de ponteiros marcando o horário em que teve início a transmissão de uma partida de futebol. Qual das alternativas abaixo corresponde a esse mesmo horário marcado por um relógio digital?

a) 10:12:30
b) 10:14:07
c) 10:10:00
d) 10:11:35

Figura 13

Previsão meteorológica

No mapa do Brasil está indicada a previsão do tempo para um determinado dia. Indique qual das informações abaixo está correta de acordo com o mapa:

A) O céu está chuvoso na capital cearense.

B) No Estado do Paraná está fazendo sol.

C) Há chuva em Salvador.

D) 26º é a temperatura máxima e 18º é a temperatura mínima na capital do país.

Confira sua resposta ao pé da página.

Nesta situação, além dos conhecimentos que foram necessários para fazer as previsões do tempo, são utilizadas diferentes formas de representação (mapas, gráficos, legendas, números etc.) que permitem ao leitor verificar o que acontece. Para isso, é necessário interpretar certos códigos e representações e utilizar as informações para tirar conclusões adequadas.

Mapa 1
Folha de São Paulo, São Paulo, 14 jun. 2002. p. C2, cedido pela Agência Folha.

2) Resposta (c).

Matemática: uma ferramenta importante para resolver problemas

Tanto no passado como no presente, a Matemática tem sido utilizada pelo homem para resolver os mais variados tipos de problemas. As situações apresentadas a seguir são alguns exemplos disso.

Leia cada um dos textos, procurando reconhecer a presença da Matemática e utilizar seus próprios conhecimentos para resolver alguns problemas que são propostos a você:

Desenvolvendo Competências

7

I. Os estiradores de cordas:

A civilização egípcia desenvolveu-se na região em que fica o Rio Nilo. Graças a ele, a região é muito fértil e favorável à agricultura. Anualmente, de julho a setembro ocorrem as enchentes e, na Antigüidade, essas enchentes derrubavam as cercas e muros de pedras que dividiam os terrenos dos agricultores. As fronteiras dos terrenos eram remarcadas pelos estiradores de cordas, ou agrimensores, que usavam cordas marcadas com nós, separados pela mesma distância. O intervalo entre os nós servia como unidade de medida. A corda esticada permitia ver a medida pelo número de vezes que a unidade cabia na extensão do terreno. Como nem sempre os intervalos cabiam um número inteiro de vezes nessa extensão, foi necessário subdividir a unidade de medida. A prática dos povos antigos com medidas deu origem às frações e números decimais.

Uma corda com treze nós era utilizada para medir ângulos retos, necessários nas construções dos muros, das pirâmides etc. Eles dobravam a corda formando um triângulo de lados iguais a três, quatro e cinco intervalos e prendiam com estacas no chão.

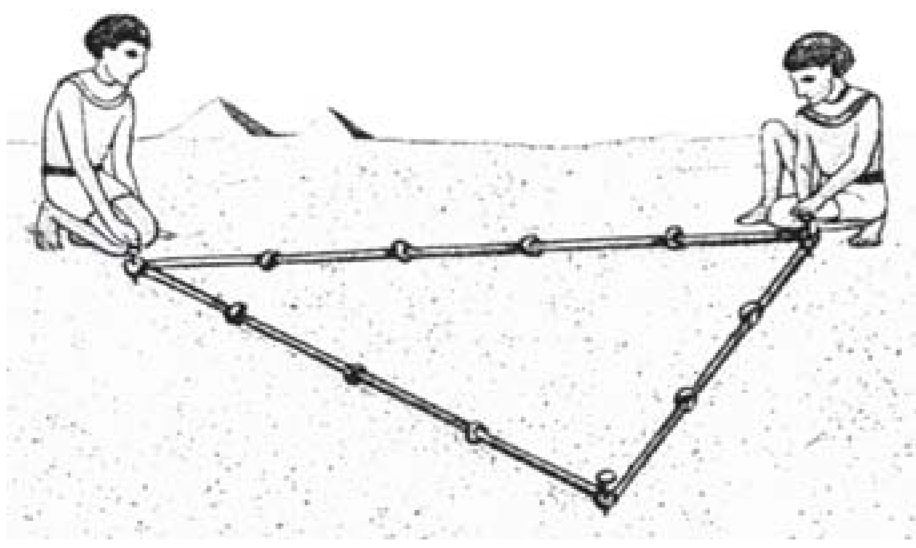


Figura 14 – TOLEDO, M. *Didática de Matemática: como dois e dois*: a construção da Matemática, São Paulo: FTD, c 1997. (Conteúdo e metodologia).

Você conhece a técnica utilizada por muitos pedreiros quando começam a construir uma casa? Se for possível, converse com algum pedreiro sobre isso.

A técnica dos pedreiros é semelhante aquela utilizada pelos estiradores de cordas nas construções que envolviam ângulos retos. Ela consiste em usar barbante e 3 estacas fincadas no chão formando um triângulo de lados iguais a 3, 4 e 5 metros.

Desenvolvendo Competências

8

I. Usando escalas

Este mapa do Brasil está representado numa escala 1:50.000.000, *o que significa que cada 1cm representado no mapa corresponde a 50.000.000cm ou 500km das distâncias reais. Com o auxílio de uma régua, verifique qual é a distância real aproximada entre Cuiabá e Natal.*

Mapa 2 – LOPES, A.J. *Matemática hoje é feita assim*: 6ª série. São Paulo: FTD, 2000. p. 250.

Argumentando podemos convencer

Você já ouviu o ditado popular que diz: *Contra fatos não há argumentos*. Você entende o que isso quer dizer? Concorda?

A prática da argumentação faz parte da nossa vida e das situações que envolvem idéias matemáticas de tal modo que, na história do conhecimento humano, parece que a força dos bons argumentos tem prevalecido.

Em um noticiário de TV, o locutor apresentou a previsão do tempo da seguinte maneira:

"*A probabilidade de chover no sábado é de 50% e a probabilidade de chover no domingo também é de 50%. Logo a probabilidade de chover no fim de semana é de 100%"*

Exemplo dado por J. A. Paulos e citado no artigo Linguagem Matemática: símbolo e significado de Carmem Gómez Granell no livro: Além da Alfabetização de Ana Teberosky e Liliana Tolchinski, Ed. Ática.

Essa afirmação apresenta um erro. Você sabe identificá-lo? Em caso afirmativo escreva uma outra maneira de apresentar a previsão do tempo nesse noticiário.

Resposta ao pé da página.

Numa aula de Matemática, o professor pediu aos alunos que analisassem as seguintes afirmações:

I: *"A menor distância entre dois pontos é uma linha reta".*

II: *"A menor distância entre dois pontos nem sempre é uma linha reta".*

Na sua opinião, qual dessas afirmações é verdadeira? Justifique sua resposta.

Essas duas afirmações são ambas verdadeiras, dependendo do contexto.

Por isso, é necessário argumentar para esclarecê-las e sustentá-las.

A primeira afirmação refere-se a dois pontos situados em **um plano**. Por exemplo, entre dois pontos marcados numa lousa, numa folha de papel, numa mesa ou no chão da sua casa, pode-se fazer os mais diferentes caminhos. Mas, um segmento de reta é a menor distância entre os dois pontos.

Figura 15

A segunda afirmação pode se referir a uma idéia de outro tipo. Na **superfície do globo terrestre ou de uma esfera,** é possível também fazer diferentes caminhos entre dois pontos ou partindo-se de um ponto e voltando a ele. Mas não se pode fazer em linha reta. Sobre a superfície esférica a menor distância entre dois pontos é um segmento de circunferência.

Por exemplo, se você usar uma laranja só será possível ligar dois pontos opostos com uma linha reta perfurando a laranja com um palito ou objeto semelhante.

Figura 16

Uma outra versão da afirmação "*A menor distância entre dois pontos nem sempre é uma linha reta"* pode ser encontrada num diálogo da peça A vida de Galileu, filósofo e astrônomo do século XVII, que disse: d*iante de obstáculos, o caminho mais curto entre dois pontos pode ser a curva.* Tal frase procura esclarecer seu gesto quando precisou negar sua descoberta de que a Terra, a Lua e outros planetas se moviam no espaço, em torno do sol. Essa sua descoberta confirmava com maior precisão o modelo de sistema solar defendido por Copérnico um século antes. Sua teoria não era aceita pelas autoridades da época.

A vida de Galileu

Escrito por Bertold Brecht na peça teatral A vida de Galileu.Tradução de Roberto Schwarz.

4.1) A chance de chover no fim de semana é de 50%. O erro consiste em somar as probabilidades.

Desenvolvendo Competências

9

Resolva os seguintes problemas e descreva o raciocínio usado para resolvê-los, como se você estivesse tentando fazer alguém compreender sua solução:

I. A data de fabricação indicada na embalagem de uma caixa de leite é 23/12/2001 e a validade é de 20 dias. Em que dia venceu a validade ? Explique no seu caderno o modo como você raciocinou.

II. Um estudo recente feito pela Organização das Nações Unidas (ONU) mostrou que o crescimento da população mundial atual é de **77 milhões** *de pessoas por ano, embora a tendência seja de diminuição desse ritmo.*

O CRESCIMENTO DA POPULAÇÃO MUNDIAL

Período	Total de nascimentos/hora	Taxa anual de crescimento
Século I ao século XVII	*20*	*17.200*
Século XVIII	*210*	*1.839.600*
Século XIX	*500*	
Início do século XX	*1.300*	*11.366.000*
Final do século XX	*8.800*	*77.088.000*

Tabela 1
Revista Veja, São Paulo, 7 mar. 2001. p. 36.

Observe os dados da tabela e verifique como a informação das taxas de crescimento atual foram obtidas.

- *Você poderia dizer como era a taxa de crescimento no século XIX utilizando o mesmo critério?*
- *Se você determinou que essa taxa era de aproximadamente 4.380.000, está correto.*

Leia a seguinte frase, interprete sua mensagem e utilize seus argumentos para tentar explicar o que você entendeu:

Um grão de milho, ao cair não faz barulho; então como pode um alqueire fazer barulho?

Esta frase é conhecida como paradoxo da semente de milho, de Zenão, filósofo grego que viveu no século V a.C.

Um paradoxo é um tipo de afirmação que apresenta uma contradição: pode ser compreendida como uma coisa e também como outra coisa oposta à primeira idéia.

Escolha um filme para assistir pela TV com a seguinte preocupação, além de se divertir:

- Verificar o país e cidade em que ocorre a história apresentada no filme;
- Identificar a época (século ou ano) em que se desenvolve a história do filme;
- Observar a idade, as relações de parentesco, o nível sócio-econômico dos personagens envolvidos na história;
- Ficar atento a toda situação em que considere que há a presença de idéias matemáticas;
- Tomar nota em um caderno de todas essas informações que você observou;
- Experimente contar o filme para uma pessoa amiga ou da família, com base nas idéias que você anotou. Na exposição, não esqueça das idéias matemáticas anotadas, procurando reconstituir as situações que as envolviam.

Ajudando a entender e a transformar

Você já chegou a pensar a respeito das finalidades que deve ter a Matemática na vida do homem? Escreva no seu caderno uma ou duas finalidades que lhe pareçam razoáveis.

A idéia é que o conhecimento matemático, assim como muitos outros, seja um instrumento utilizado para propor e melhorar as condições de vida da humanidade e contribuir para intervir na realidade, promovendo o desenvolvimento humano.

Leia o próximo texto e veja os números indicados na tabela abaixo.

A ELETRICIDADE EM LITROS

Em fase de racionamento, as pessoas habituaram-se a calcular o consumo de energia pela medida padrão, o quilowatt-hora. Como a eletricidade no Brasil é obtida basicamente a partir das hidrelétricas, é possível verificar não apenas quantos quilowatts-hora, mas quantos litros de água são consumidos para fazer funcionar os eletrodomésticos. Veja quanta água uma usina como a de Xingó, na divisa entre Alagoas e Sergipe, utiliza para movimentar as turbinas e colocar em funcionamento os seguintes produtos:

Produto	*Tempo médio de funcionamento diário*	*Quantidade de água que precisa passar pelas turbinas para manter o aparelho funcionando durante esse tempo*
Forno de Microondas	5 minutos	190 litros ou 20 baldes
Ferro de Passar	20 minutos	1.100 litros ou 7 banheiras de hidromassagem de tamanho médio
Televisão	2 horas	2.100 litros ou 4 caixas d'água residenciais
Chuveiro	15 minutos	4.000 litros ou 2 piscinas infantis
Geladeira	24 horas	10.000 litros ou um caminhão pipa

Tabela 2
Revista Veja, São Paulo, 7 mar. 2001. p. 63.

Pensando na sua participação e de todos os outros cidadãos numa campanha de economia de energia:

a) Verifique qual dos eletrodomésticos é o que mais consome energia num mesmo período de tempo a partir da quantidade de litros que escoam pelas turbinas de uma usina como a apresentada.

b) Tendo como base a sua casa e as pessoas da sua família veja qual é o consumo total (pela quantidade de litros de água) por dia. Calcule qual é o consumo médio por pessoa.

c) Considerando a população da sua cidade (pesquise qual é) verifique qual é o consumo médio da sua cidade.

d) Vendo a quantidade de água escoada para proporcionar energia elétrica para toda a população de uma cidade, faça uma previsão para o seu Estado e país. Faça uma pesquisa sobre qual é a população do seu Estado e do Brasil para se ter uma idéia de qual é o consumo.

e) Admitindo que é necessária uma quantidade de água muito grande e que há problemas para armazenar, permanentemente, todo esse volume de água, faça um estudo a partir dos dados da tabela, especificando:

- em quais itens a população pode economizar mais no tempo de uso dos seus eletrodomésticos;
- os cálculos para a sua cidade, por exemplo.

Faça, por escrito, uma previsão de racionamento da sua cidade, detalhando todos os pontos, indicando a economia em relação aos cálculos feitos, anteriormente, da quantidade de litros d'água.

f) Com base nos estudos e cálculos feitos encontre alguns argumentos favoráveis à economia no consumo por parte da população.

Desenvolvendo Competências

10

I. Utilizando como base a conta de luz da sua casa, verifique o consumo em kilowatts e o custo indicado. Raciocine agora sobre a questão do consumo e do racionamento em termos dessas duas grandezas (kilowatts e dinheiro), faça os cálculos de consumo médio por pessoa e calcule o consumo para sua cidade. Aproveitando as porcentagens obtidas calcule qual é a economia que pode ser feita por pessoa e pela população de sua cidade em kilowatt e em dinheiro.

Yann Arthus-Bertand é um fotógrafo de origem francesa que se interessou por traçar um panorama do planeta, na entrada do novo milênio, por meio de fotografias aéreas, feitas de um helicóptero, em 76 países. No seu livro, chamado *A Terra vista do céu,* reuniu muitas dessas fotografias e considera que está fazendo um registro da ação do homem no planeta, que servirá de testemunho para as gerações futuras. Sua preocupação é expor a beleza do planeta e gerar um compromisso para sua preservação.

Observe os traços, formas e detalhes de algumas das imagens:

- Os homens do passado faziam marcas nas rochas, em pedaços de pau e ossos, em placas de argila, figuras geométricas nas peças de arte. Construíram templos e túmulos inspirados na Geometria. Tudo isso num esforço de representar suas idéias, de se comunicar com os outros homens, ou de permanecerem eternos. No seu entender, qual a diferença entre os procedimentos adotados pelo homem antigo e pelo fotógrafo?
- Utilize alguns argumentos para explicar os significados das expressões: *A Terra vista do céu* e *O céu visto da Terra* baseando-se na leitura que você fez deste capítulo.
- Considere a forma de registro utilizada pelo fotógrafo. Quais elementos da Matemática você identifica nas imagens e no próprio trabalho do fotógrafo?
- Você considera que a linguagem e os símbolos matemáticos podem auxiliar na preservação do planeta? Como? Se achar necessário pesquise em livros, revistas, jornais e Internet algumas idéias que o ajudem a argumentar.

Figura 18

Figura 17

Figura 19

Conferindo seu conhecimento

2 I. Resposta (c).

3 I. Figuras planas: círculo, triângulo, quadrado.
Figuras não planas: esfera, pirâmide e cubo.

4 I. Receita completa: **Farofa de carne-de-sol**

Ingredientes:

200g de carne-de-sol;

20 azeitonas;

4 colheres (sopa) de manteiga;

1 cebola em rodelas;

2 colheres (chá) de alho;

2 colheres (sobremesa)de hortelã picada;

4 pitadas de sal;

2 bananas-prata;

2 copos de farinha de mandioca.

Tempo de preparo: 1 hora. *Rendimento*: 6 porções.

6 I. Resposta (d).

8 I. 2.600 km

9 I. Em 12/01/2002.

Orientação final

Para saber se você compreendeu bem o que está apresentado neste capítulo, verifique se está apto a demonstrar que é capaz de:

- Identificar e interpretar, a partir da leitura de textos apropriados, diferentes registros do conhecimento matemático ao longo do tempo.
- Reconhecer a contribuição da Matemática na compreensão e análise de fenômenos naturais, e da produção tecnológica, ao longo da história.
- Identificar o recurso matemático utilizado pelo homem, ao longo da história, para enfrentar e resolver problemas.
- Identificar a Matemática como importante recurso para a construção de argumentação.
- Reconhecer, pela leitura de textos apropriados, a importância da Matemática na elaboração de proposta de intervenção solidária na realidade.

Capítulo II

A ARTE DE RACIOCINAR

Ampliar formas de racioncínio e processos mentais por meio de indução, dedução, analogia e estimativa, utilizando conceitos e procedimentos matemáticos.

Célia Maria Carolino Pires

Capítulo II

A arte de raciocinar

Apresentação

É bem provável que o termo "raciocínio" seja um dos mais usados quando se fala em Matemática.

Raciocinar, usar a razão...o que de fato isso significa?

A capacidade de raciocinar já "nasce" com cada um de nós?

Ou o raciocínio vai se desenvolvendo ao longo de nossa vida?

E a escola? Ela tem um papel a desempenhar no desenvolvimento do raciocínio das crianças, dos jovens, dos adultos?

O que você pensa a respeito dessas questões?

A Matemática constitui um campo de conhecimentos tão diversificado que não é simples defini-la. Ela é a ciência dos números, do espaço, das formas, dos padrões e regularidades, das fórmulas, das equações, dos cálculos exatos, dos cálculos aproximados, do certo e também do provável... Por isso, em algumas línguas, ela é denominada no plural: as matemáticas.

Na construção de seu conhecimento matemático, cada pessoa se utiliza de diferentes formas de raciocínio; a intuição, a dedução, a analogia são algumas delas.

O propósito deste capítulo é o de estimular você a ampliar formas de raciocínio, utilizando conceitos e procedimentos matemáticos.

Como você avalia sua capacidade de raciocinar?

Não responda ainda. Deixe para fazê-lo no final desse capítulo.

Uma diversidade de maneiras de fazer e utilizar Matemática

Analisando uma simples cena do cotidiano é possível identificar a presença de diferentes aspectos da Matemática. Leia o texto que se segue.

Num dia 01 de abril, o famoso dia da mentira, como faz todos os dias, Sebastião abriu seu jornal e ficou desanimado com a primeira notícia que leu. E foi logo lendo a notícia em voz alta para sua mulher Iracema, que estava acabando de passar o café.

– Iracema, escute essa: o botijão de gás vai subir!

Iracema, que ouvia atentamente a leitura de Sebastião, de repente interrompeu o marido:

– É, Sebastião: se as coisas continuarem subindo, vai demorar ainda mais nosso sonho de comprar casa própria...

Sebastião parou de ler a notícia do aumento do gás e chamou Iracema:

– Por falar em casa própria, Iracema, olhe aqui essa tabela. Veja se você entende o que quer dizer...

Enquanto Iracema decifrava a tabela, Sebastião foi ler as páginas de esporte, de que tanto gosta.

E comentou:

– Olhe só, Iracema... O campeonato está pegando fogo. Uma porção de gols. Veja só. Até para explicar o que está acontecendo com o futebol, o jornal está usando a Matemática.

Iracema continuava tão atenta à leitura da tabela de financiamento de um imóvel que não deu ouvidos ao comentário do Sebastião. E nem prestou atenção quando ele disse:

– Estou indo! Senão, chego atrasado...

Desenvolvendo Competências

1

Agora leia a notícia que desagradou ao Sebastião, analise a tabela de financiamento de um imóvel, que fez Dona Iracema sair "fora do ar" e observe as informações sobre o campeonato de futebol. Depois, responda às questões formuladas. Você pode usar uma calculadora.

COMBUSTÍVEL

Botijão de gás deve subir até R$ 1,60 hoje

O gás de cozinha está mais caro a partir de hoje nos postos de venda, quando entra em vigor o reajuste de 14,5% no preço do chamado GLP (gás liquefeito de petróleo).

A maior distribuidora do país, a Agip Liquigás, vai manter o percentual adotado pela Petrobras, o que resultará em um aumento de R$ 1,20 a R$ 1,60 por botijão para o revendedor, dependendo do Estado.

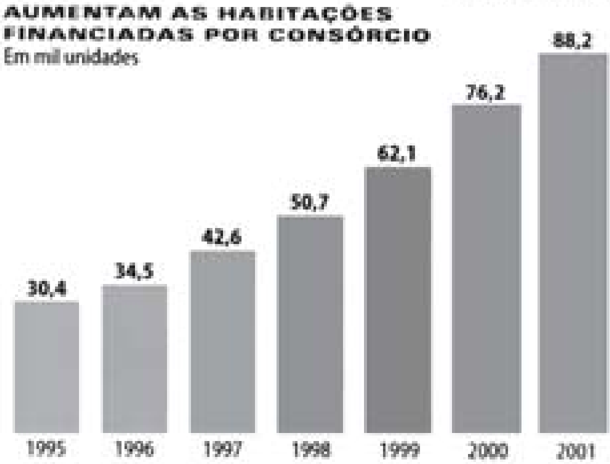
A Supergasbrás também repassará integralmente o aumento da Petrobras.

Em janeiro, o preço médio de revenda ao consumidor aumentou 16,3% no país, segundo a ANP (Agência Nacional do Petróleo). O preço da distribuição subiu 11,8%

Texto 1
Folha de São Paulo, São Paulo, 1 abr. 2002. p. B3.

Editoria de Arte/Folha Imagem

AUMENTAM AS HABITAÇÕES FINANCIADAS POR CONSÓRCIO
Em mil unidades



Compare as modalidades de financiamento
Custo financeiro para a aquisição de um imóvel de R$ 70 mil em 120 meses

	Consórcio	SFH	Carteira hipotecária
Prestação inicial (R$)	1ª a 4ª: 1.038,38 5ª: 720,34	1.344,81	1.595,26
Última prestação (R$)	1.545,24	810,88	1.765,45
Total pago (R$)	131.665,00	133.852,95	213.225,29
Variação em R$ sobre o preço à vista	61.665,00	63.852,95	143.225,29
Variação % sobre o preço à vista	88,09%	91,22%	204,21%

Obs.: Simulação realizada com base em valores atuais

Gráfico 1
Folha de São Paulo, São Paulo, 1 abr. 2002. p. B3.

Gráfico 2
Folha de São Paulo, São Paulo, 1 abr. 2002. p. D9.

Com relação ao preço do botijão de gás, se 14,5% significa um aumento de R$1,20 a R$1,60, dependendo do Estado, é razoável dizer que, antes do aumento, o botijão de gás custava entre:

a) R$5,25 e R$8,00

b) R$8,27 e R$11,03

c) R$9,50 e R$15,00

d) R$18,25 e R$21,00

Qual das modalidades de financiamento de imóvel você considera mais vantajosa? Por quê?

Que vantagem pode ser observada no Sistema Financeiro de Habitação - SFH?

Que cálculo foi feito para chegar ao percentual de 88,09% apresentado na última linha do gráfico?

Dos gols do campeonato, quantos foram feitos de cabeça? E de fora da área? Quantas vezes a bola entrou no canto inferior esquerdo do gol?

Em qual rodada foi atingida a maior média de gols?

Para responder às questões formuladas, muito provavelmente você teve que usar conhecimentos sobre proporcionalidade e, em particular, sobre porcentagem.

No caso do preço do gás, usando a calculadora é possível verificar que 1% de aumento corresponderia a R$0,0827 (1,20 : 14,5) e que, portanto, antes do aumento o preço do botijão estava em torno de R$8,27, o que já permitiria indicar a segunda alternativa. Calculando 1,60: 14,5 = 0,1103 você teria mais um dado para escolher essa alternativa.

Analisando as informações apresentadas na tabela, certamente você pôde perceber que a modalidade de financiamento de imóvel mais vantajosa é a do consórcio; depois vem a do SFH e por último a carteira hipotecária. No SFH, as parcelas finais vão diminuindo.

O cálculo para chegar ao percentual de 88,09%, apresentado na última linha do gráfico, pode ser feito dividindo-se o total pago pela via do consórcio, que é de R$ 131.665,00, pelo o preço do imóvel que é de R$ 70.000,00, o que dá 1,8809... Assim, a variação percentual sobre o preço à vista é de 88,09. Confira as outras variações percentuais apresentadas.

Você deve ter observado que a organização de dados em tabelas também ajuda a visualizar o que está acontecendo num campeonato de futebol. Essa análise estatística é uma importante contribuição da Matemática.

CONFIRA O QUE VOCÊ RESPONDEU:

Os gols do campeonato feitos de cabeça foram 70.

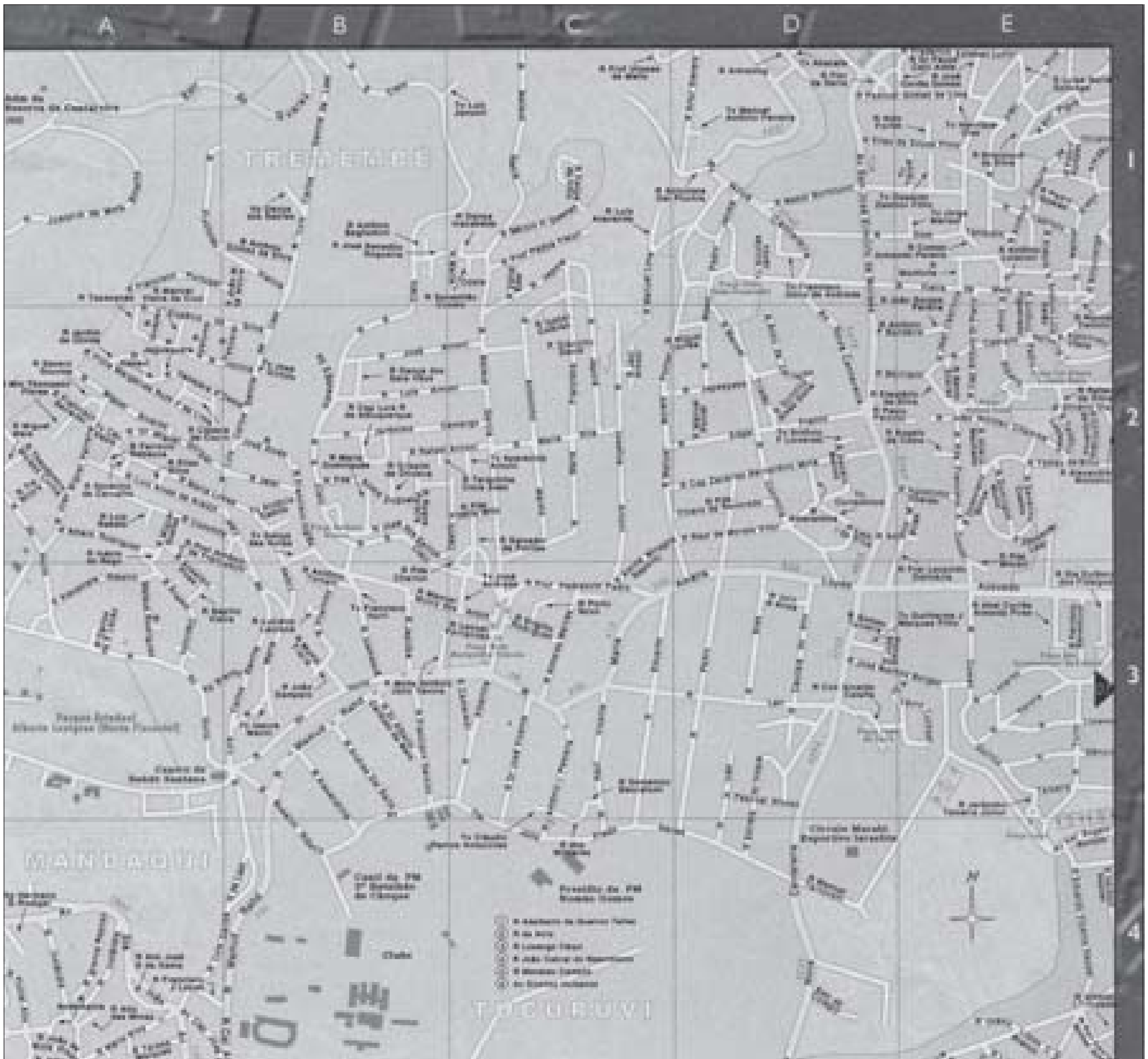
Os gols marcados de fora da área foram 66.

A bola entrou no canto inferior esquerdo do gol 111 vezes.

A maior média de gols aconteceu na 7ª rodada.

Como já comentamos, a Matemática não se ocupa apenas de situações numéricas. Vamos analisar alguns procedimentos de localização, usando o sistema cartesiano de eixos, denominado "cartesiano" em homenagem ao filósofo e matemático René Descartes (1596-1650).

Observe a folha de um guia da cidade que mostra uma região da maior cidade brasileira: São Paulo.



Mapa 1

A localização de ruas pode ser dada por um par formado por uma letra e um número. Assim, para localizar a rua Edgar Franco podemos usar o código (D,2).

Mesmo que você não conheça a cidade de São Paulo, com base na folha de um guia reproduzida acima, destaque ruas que possam ser encontradas por meio das coordenadas: (A,3); (B,4); (C,1).

Nas grandes cidades, em que os bairros se multiplicam, as ruas vão formando um traçado emaranhado de curvas e retas que se entrecruzam. Para localizá-las, é interessante e útil usar guias e mapas. Desse modo, sua leitura acaba fazendo parte da vida dos habitantes e visitantes de uma cidade.

A leitura de guias é apoiada num modelo matemático que é o sistema cartesiano de eixos. A localização de cada ponto nesse sistema é dada por um par ordenado de números, que são chamadas coordenadas cartesianas. Assim, por exemplo, na figura abaixo, o ponto Z é representado pelo par (3,1), o ponto W pelo par (6,0) e o ponto X pelo par (-5,2). Você já percebeu a regra, certo? Certamente também percebeu porque o par de números obedece a uma dada ordem (daí o nome "par ordenado").

Agora responda:

Com base nessas informações, quais são as coordenadas dos pontos Y, A, B, C e D?

Confira sua resposta ao pé da página.

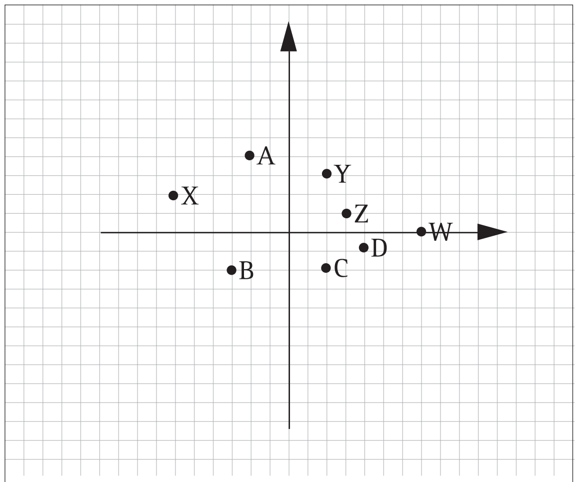


Figura 1

A Matemática e a compreensão de fenômenos da natureza

As explicações para muitos fenômenos da natureza e também para a criação de diferentes teorias tomaram como base o estabelecimento de **analogias**.

Dentre as analogias clássicas na história das ciências podemos destacar as que compararam:

- a estrutura do átomo com o sistema solar;
- o braço humano à alavanca;
- o funcionamento de uma máquina ao do corpo humano.

Outra analogia muito conhecida é feita entre uma balança de dois pratos em equilíbrio e o processo de resolução de uma equação; uma transformação feita em um de seus membros deve ser realizada no outro membro para que se mantenha o "equilíbrio".

Analogias

Para Aristóteles (384-323 a.C.), a analogia consistia em "transportar" para uma dada coisa um nome que designava outra coisa.
A teoria das proporções exposta por Euclides (365-300 a.C.) para quatro grandezas expressas por a, b, c e d é também uma forma de estabelecer analogia. Muito provavelmente você já ouviu falar em regra de três, quando se diz: " **a** está para **b**, assim como **c** está para **d**" e se representa $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

> *Pesquise em seus livros ou numa biblioteca e procure dar exemplos de situações em que você usa analogias.*

Agora vamos analisar um curioso fato que integra a história da Matemática. Muitos historiadores consideram que a Geometria, como ciência, teve seu início na Grécia, por volta do ano 600 a.C., especialmente com Tales de Mileto.

Tales era filósofo, político, geômetra, e também comerciante. Acredita-se que ele visitou o Egito há mais de 2500 anos, deixando os estudiosos egípcios boquiabertos: ele teria obtido a altura da pirâmide de Quéops no Egito, não diretamente, mas por meio de cálculos, usando seus conhecimentos sobre Geometria. Sua idéia, de tão simples, foi genial.

1. As coordenadas dos pontos são as seguintes: Y (2,3), A (-2,4), B (-3,-2) C (2, -2) e D (4, -1).

Observe as ilustrações abaixo:

Tales concluiu que, se em um dado instante, o comprimento da vareta fosse igual ao comprimento de sua sombra, a altura da pirâmide também deveria ser igual ao comprimento da sombra dela. Isto é, se o comprimento da vareta fosse igual ao dobro de sua sombra, a altura da pirâmide também seria o dobro da respectiva sombra e assim por diante.

Desenvolvendo Competências

2

Com base nas idéias de Tales, resolva o problema:

Num dia de muito sol, Júlia fez uma experiência sugerida por sua professora. Mediu sua sombra e a sombra de um poste de iluminação que fica na frente de sua casa, no mesmo horário. A sombra de Júlia era de 80 cm e a do poste era de 1,80m. Se Júlia tem 1,40m, a altura do poste é de aproximadamente:

a) 3,15m.

b) 3,40m.

c) 2,15m.

d) 2,40m.

Intuição matemática

Muitas vezes, achamos a solução de nossos problemas de forma intuitiva. Nessas situações, é comum dizermos que usamos nosso "sexto sentido". Você sabe o que significa essa expressão?

Aliás, a intuição feminina, por exemplo, é bastante conhecida, em especial a de nossas mães. Elas quase sempre acertam quando nos perguntam se estamos com algum problema (e escondemos dela) ou até mesmo quando dizem que vai chover (nesse caso, o melhor é levar o guarda-chuva!).

Mas você deve estar pensando:

– O que intuição tem a ver com Matemática?

– A construção do conhecimento matemático pode ter uma base intuitiva?

Podemos dizer que o raciocínio matemático apóia-se na intuição, mas também procura generalizações e demonstrações.

Vamos analisar um outro fato histórico interessante.

Conta-se que Arquimedes (287-215 a.C.) precisou resolver um problema para o rei Hierão II. Esse rei de Siracusa, na Itália, do terceiro século antes de Cristo, encomendou uma coroa a um ourives, fornecendo-lhe 3kg de ouro e 1kg de prata. O ourives fez a coroa, que pesava 4kg. Hierão, porém, ficou desconfiado, pensando que o ourives poderia ter usado 2,5kg de ouro e 1,5kg de prata. Por isso pediu ao sábio Arquimedes um meio de desmascarar a suposta trapaça do ourives sem destruir a coroa.

Conta-se que, ao tomar banho em um banheiro público, observando a elevação da água à medida em que mergulhava seu corpo, percebeu que poderia resolver o problema. Entusiasmado, saiu correndo para casa, atravessando as ruas completamente despido e gritando a palavra grega que se tornou famosa: “Eureka! Eureka!”, isto é: “Achei! Achei!”.

E você? Aconteceu algum episódio na sua vida ou na sua experiência escolar em que você sentiu essa sensação de Arquimedes e teve vontade de gritar: achei! achei!? Em caso afirmativo, descreva-a.

O raciocínio de Arquimedes é descrito a seguir, reproduzindo um possível diálogo dele com ele mesmo:

Pelos deuses! Se meu corpo desloca seu próprio peso do líquido em que está mergulhando, então meu corpo, mergulhado na água, perde exatamente o peso líquido que desloca! E isso é... o que é? É uma balança nova, Arquimedes! Uma nova maneira de pesar e medir as coisas, um princípio que poderei usar para medir a coroa! Isso mesmo, poderei medir aquela maldita coroa... Um quilo de ouro, de fato, tem um certo volume, maior do que o do ouro, mas também imutável. Um quilo de prata tem outro volume, maior que o do ouro, mas também imutável. O volume de água deslocado por um quilo de ouro, portanto, deverá ser menor do que o deslocado por um quilo de prata, e uma mistura dos dois metais deverá deslocar um volume de água proporcional à mistura dos dois metais! Perfeito, Arquimedes! Não existem dúvidas, você encontrou ... você achou... eu achei... achei...

Garozzo, Filippo, Arquimedes. Editora Três, 1975.

Diferentes formas de raciocínio e a construção de estratégias para resolver problemas

Certamente você sabe que nossos antepassados tiveram que enfrentar desafios para garantir a própria sobrevivência. Resolvendo problemas, foram produzindo conhecimentos fantásticos que nos deixaram como valiosa herança.

Observando padrões

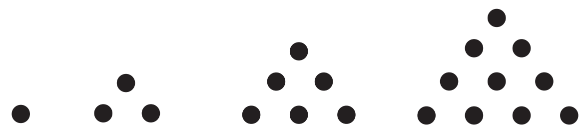
Os egípcios precisaram descobrir o padrão das cheias do Nilo – de quanto em quanto tempo elas ocorriam – por um motivo importante e extremamente prático: planejar suas plantações. Conta-se que para isso eles observaram que o nível do rio aumentava toda vez que a estrela Sírius se levantava a leste, um pouco antes do Sol. Verificaram que esse fato ocorria de 365 em 365 dias.

Também foi pela observação de regularidades de alguns acontecimentos que os astrônomos e físicos estabeleceram algumas hipóteses para explicar fenômenos. Um exemplo é o das marés. O padrão das marés – “maré cheia” e “maré baixa” – auxiliou Newton a encontrar a explicação desse fenômeno: a atração gravitacional da Lua sobre as águas do mar.

Foram os gregos que nos legaram uma importante característica do conhecimento matemático, que é a **observação de regularidades**.

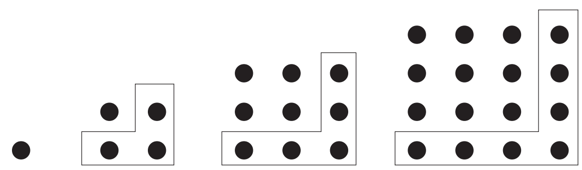
Eles tinham um especial interesse pelas seqüências numéricas e costumavam representá-las por meio de padrões geométricos.

Na ilustração abaixo você pode observar uma seqüência de números triangulares e também tentar descobrir quais são os próximos 3 números dessa seqüência.



1 3 6 10

Esta outra ilustração representa números quadrangulares. Certamente você também não terá dificuldades de descobrir quais são os próximos 3 números dessa seqüência.



1 $1+3=4$ $1+3+5=9$ $1+3+5+7=16$

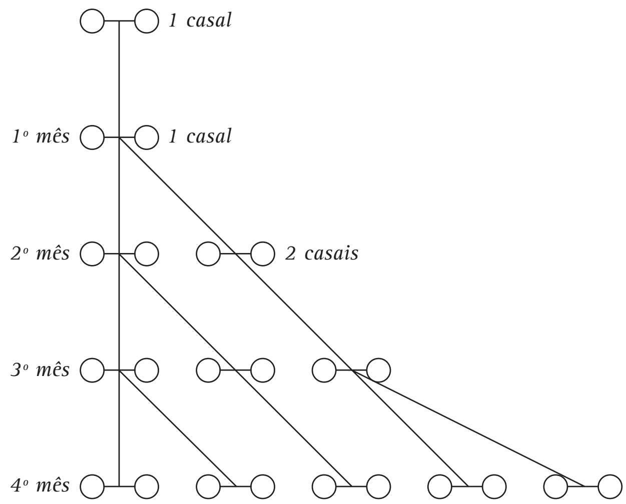
Mas não foram só os antigos gregos que se interessaram pelos números e suas relações.

Na idade média, Leonardo Fibonacci, também conhecido como Leonardo de Pisa, em suas viagens ao norte da África, conheceu o sistema de numeração dos hindus. Ao se convencer das vantagens desse sistema, passou a ser um dos seus maiores divulgadores na Europa. Mas ele deu outra grande contribuição à Matemática: em seu livro *Liber abaci* (livro do ábaco) ele propôs um problema sobre coelhos que se tornou muito conhecido, pois foi o primeiro modelo matemático, de que se tem notícia, para descrição do crescimento de populações.

"Os coelhos de Fibonacci"

Suponha um casal de coelhos, que só estariam aptos para reprodução após um mês. Passado esse tempo, esse casal daria origem a um novo casal todo mês. Os coelhinhos que nasciam, formavam um novo casal e passariam pelo mesmo processo, ou seja, levariam um mês para crescerem e amadurecerem sexualmente e, após esse período, dariam origem a um novo casal a cada mês.

A partir desse problema, Fibonacci construiu sua seqüência: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... Esses números representam a quantidade de casais de coelhos existentes em cada mês. O 1º termo da seqüência representa o primeiro casal que dará origem à prole.



Desenvolvendo Competências

3

I. A seqüência numérica 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... é chamada seqüência de Fibonacci. Você saberia dizer quais são os próximos 3 números dessa seqüência?

II. Agora, determine o 6º, o 7º e o 8º termos de cada uma das seqüências abaixo e faça anotações explicando seus procedimentos:

0	3	6	9	12	?	?	?
1	4	7	10	13	?	?	?
1	2	4	7	11	?	?	?
2	6	18	54	162	?	?	?
1	1	2	6	24	?	?	?

III. No esquema abaixo, há uma regra de colocação dos números. Descubra-a e preencha os espaços vazios.

?				
?	?			
14	?	?		
5	9	11	?	
1	4	5	6	4

Cada um com seu jeito de raciocinar

Uma professora propôs o seguinte problema a seus alunos:

– *A soma de dois números naturais é 43 e a diferença entre eles é igual a 5. Que números são esses?*

– *Como você resolveria esse problema?*

Agora veja as soluções de 3 alunos:

Milena fez uma lista de números que adicionados dão 43 e, ao lado foi calculando a diferença entre eles:

Total 43	Diferença
15+28	13
16+27	11
17+26	9
18+25	7
19+24	5

Carlos escreveu:

43+5=48

48÷2=24

24-5=19

E Sílvio registrou em seu caderno:

x+y=43

x-y=5

2x=48; x=24; y=19

Os números são 19 e 24

Procure entender e explicar o que cada um fez.

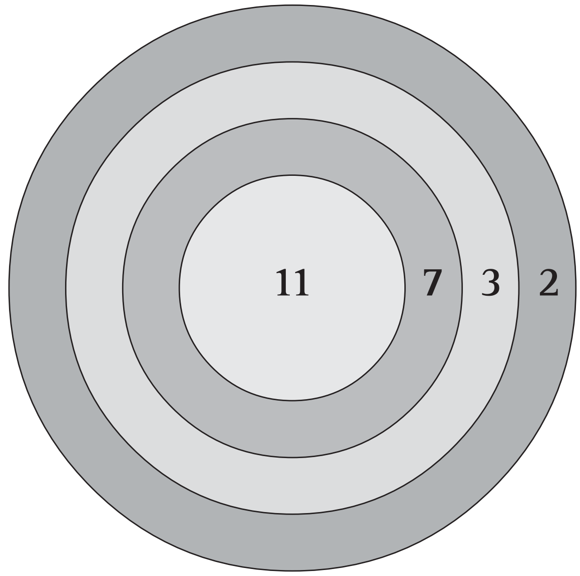
Na sua opinião há alguma solução incorreta? Justifique sua resposta.

Esse é apenas um exemplo de que podemos resolver problemas de formas bem diferentes. George Polya, um conhecido autor que escreveu sobre a arte de resolver problemas, nos dá algumas dicas sobre as etapas na resolução de problemas:

- *Compreender o problema.*
- *Conceber um plano de resolução.*
- *Executar o plano.*
- *Refletir sobre o trabalho realizado.*

Vamos, então, analisar a solução de um problema

O jogo de dardos



Um alvo para um jogo de dardos tem 4 regiões, como mostra a figura. A região delimitada pelo círculo menor vale 11 pontos e as coroas subseqüentes valem respectivamente, 7, 3 e 2 pontos. Certo dia, três amigos André, Carlos e Paula, estavam jogando e, depois de cada um deles ter lançado 6 dardos, todos tinham a mesma pontuação.

Você vai descobrir qual foi essa pontuação e como cada um deles a obteve, a partir das seguintes informações:

– André foi o que acertou mais dardos na zona central.

– Paula foi a mais regular, pois fez sempre o mesmo número de pontos.

– Os dardos de Carlos ficaram espalhados uniformemente pelas regiões que ele acertou.

Em primeiro lugar, precisamos compreender bem o problema: são três pessoas que atiram cada uma 6 dardos e ao final têm a mesma pontuação.

Um plano de resolução do problema poderia ser o de organizar uma tabela e, por meio de tentativas, encontrar o número de pontos.

							Total
Paula							
André							
Carlos							

Feita a tabela, vamos executar o plano, usando nosso raciocínio:

Se Paula fez sempre o mesmo número de pontos, ela não deve ter feito sempre 11, nem sempre 2 ou 3. É mais provável que ela tenha feito sempre 7 pontos, totalizando 42.

Como André foi o que mais acertou dados na zona central e o total deve ser 42, é provável que ele tenha feito 3 vezes 11 pontos (com 4 já daria 44 e superaria o total 42). Para completar os 9 pontos em 3 lançamentos, ele não pode ter feito 7 pontos nessas jogadas, mas pode ter feito 3 pontos, 3 vezes.

Carlos deve ter feito a mesma quantidade de pontos a cada dois lançamentos. Vamos testar 11,11,7,7. Aqui já temos 36. Portanto nas outras duas ele deve ter feito 3 pontos.

							Total
Paula	*7*	*7*	*7*	*7*	*7*	*7*	*42*
André	*11*	*11*	*11*	*3*	*3*	*3*	*42*
Carlos	*11*	*11*	*7*	*7*	*3*	*3*	*42*

É interessante ainda refletir sobre o que foi feito, voltando às informações dadas, conferir cálculos e, se possível, comparar com a solução de outra(s) pessoa(s).

Agora é com você: resolva os problemas seguintes e depois confira os resultados obtidos com as respostas que estão no final deste capítulo.

Desenvolvendo Competências

4

I. Broas e pãezinhos

Numa padaria, dona Cida comprou 4 pãezinhos e 5 broas e pagou R$3,00. Dona Dalila comprou 2 pãezinhos e 3 broas e pagou R$1,70. Quanto custa cada pãozinho e cada broa nesta padaria?

II. O filatelista

Um colecionador de selos quer aumentar sua coleção. Ele vai a uma loja de filatelia com R$132,00 e vê que pode comprar cartelas de selos de dois tipos: A e B. Conversando com o vendedor ele descobre o seguinte:

- *Se ele comprar 7 cartelas do tipo A e uma do tipo B, vai lhe faltar R$1,00.*
- *Se ele comprar 3 cartelas do tipo A e 11 cartelas do tipo B, vai lhe sobrar R$1,00.*
- *Todos os selos da cartela A têm o mesmo preço e todos os selos da cartela B têm o mesmo preço.*

Descubra o preço de cada cartela.

Desenvolvendo Competências

5

Proporção e culinária

A idéia de proporcionalidade é muito usada para ampliar ou reduzir receitas culinárias. Veja só:

Pudim de mandioca (para 8 pessoas)
2 xícaras (de chá) de mandioca crua ralada
1 xícara (de chá) de coco ralado
3 xícaras (de chá) de açúcar
1 xícara (de chá) de leite
6 ovos levemente batidos
3 colheres (de sopa) de manteiga derretida e fria
1 colher (de sopa) de farinha de trigo

- *Que alterações você faria na receita se quisesse ampliá-la para 10 pessoas?*
- *E se quisesse reduzi-la para 6 pessoas?*

Reescreva a receita para essas duas situações.

Desenvolvendo Competências

6

Enfim, um aumento!

Paulo é um jovem que ganha R$ 380,00 de salário por mês. Ele vai receber um aumento de 6%. Usando uma calculadora, como Paulo deve proceder para saber quanto receberá?

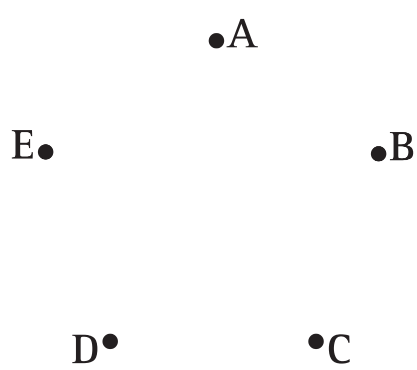
A organização dos campeonatos

Em Serra Azul um campeonato de voleibol é realizado de 3 em 3 anos. O primeiro aconteceu em 1998. Os organizadores pretendem que o campeonato integre o calendário de eventos da cidade e que seja realizado por muitos e muitos anos. O que você responderia a estas perguntas?

- *Em 2023 deve acontecer esse campeonato?*
- *E em 2031?*
- *Como se pode proceder para saber se em um determinado ano acontecerá um campeonato sem escrever toda a seqüência?*

As cidades vizinhas

Quantas são as possibilidades de ir de uma cidade a outra, numa região constituída por 5 cidades, considerando que há estradas ligando essas cidades, duas a duas?



Neste problema você pode observar que, além da contagem usual 1,2,3,4,... muitas vezes precisamos usar procedimentos um pouco mais elaborados para contar. Da cidade A partem 4 estradas que permitem ir às cidades B,C, D e E. Esse mesmo cálculo pode ser feito para as demais, o que daria um total de 20 estradas. Mas cada uma das estradas foi computada duas vezes (por exemplo, a que vai de A para B e a que vai de B para A). Assim há 10 possibilidades de ir de uma cidade a outra.

Compras no supermercado

Suponha que você está indo ao supermercado. Você recebe seu cupom fiscal e quer conferir.

Calculando mentalmente quanto foi gasto nessa compra, você arriscaria dizer se gastou mais que R$15,00? Ou menos? Explique seu procedimento.

Supermercado Glorinha

Cupom Fiscal

Canjica	*1,15*
Pão francês	*1,20*
Batata	*3,86*
Ovos	*2,20*
Cebola	*1,29*
Alho	*2,68*
Refrigerante	*2,41*
Açúcar	*1,79*

Cada um com seu jeito de calcular

Iracema e Severino estão lendo um anúncio em que uma loja oferece 15% de desconto sobre o preço de um aparelho eletrodoméstico que custa R$120,00. Eles querem saber qual é o custo do aparelho, com esse desconto.

Iracema resolveu assim	Severino resolveu desse outro modo
0,15 x R$120,00 = R$18,00	100 - 15 = 85
R$120,00 - R$18,00 = R$102,00	0,85 x R$120,00 = 102,00

Severino e Iracema encontraram o mesmo resultado. Você acha que os dois procedimentos estão corretos? Explique como foi o raciocínio de cada um.

Agora observe este outro problema:

Numa compra de R$240,00, se o pagamento for feito em prestações, terá um acréscimo total de 9%. Para calcular o valor total a ser pago, considerando esse acréscimo, qual das soluções você usaria? Por quê?

Solução 1	Solução 2
0,09 x 240,00=21,60	1,09 x R$240,00=261,60
240,00 + 21,60=261,60	

Fazendo estimativas

Na resolução de problemas, um procedimento muito usado é **fazer estimativas.** Esse procedimento é interessante quando não precisamos de um resultado com grande exatidão, isto é, quando é suficiente chegar a uma aproximação.

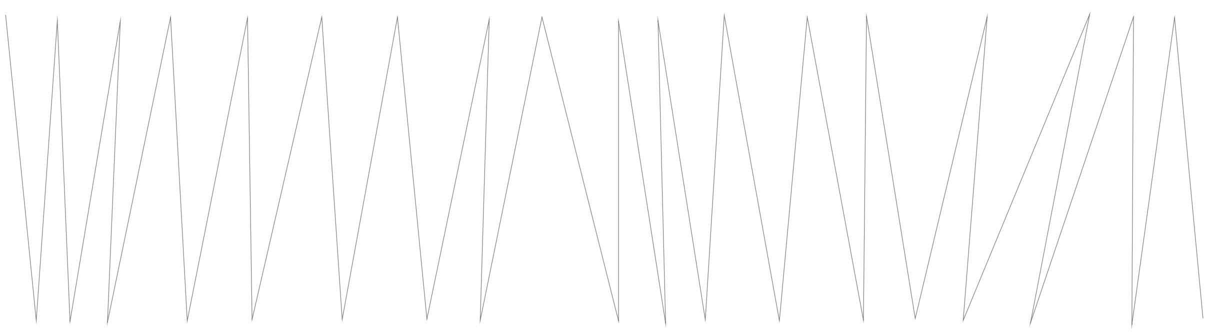
Podemos estimar, por exemplo, o resultado de uma operação, sem efetuá-la. Podemos estimar o comprimento de um conjunto de segmentos, sem medi-los diretamente.

Vamos ver como você se sai fazendo estimativas?

Desenvolvendo Competências

7

Quanto você estima que mede a linha poligonal desenhada abaixo? Menos que 1 metro? Mais que 1 metro? Justifique sua resposta.



Desenvolvendo Competências

8

I. Agora observe o mapa do nosso país.

Se a distância da cidade de São Paulo ao Rio de Janeiro é de aproximadamente 400km, quanto você estima ser a distância aproximada de:

- Rio de Janeiro a Belo Horizonte?

- Salvador a Natal?

- Porto Alegre a Curitiba?

Além de estimativas, os procedimentos de medida envolvem cálculos com números, além de conhecimentos sobre figuras geométricas.

Carpinteiros, pedreiros, costureiras e tantos outros profissionais utilizam-se das medidas e dos processos de estimativa com grande freqüência. Responda então:

II. Para recobrir um piso de uma sala retangular de 4,5m por 5,5m com lajotas de 50cm de lado, serão necessárias, aproximadamente:

a) 50 lajotas.

b) 100 lajotas.

c) 200 lajotas.

d) 300 lajotas.

Justifique sua escolha.

Matemática, lógica e argumentação

É muito comum as pessoas relacionarem os termos "raciocínio" e "lógica". Elas se referem a "raciocinar logicamente", para falar de uma atividade mental que está presente em quase todos os momentos do nosso dia-a-dia.

Desde o momento em que você se levanta, já começa a raciocinar...

O ônibus passa na avenida às 8h e 30min. Gasto uns 20 minutos a pé até o ponto de ônibus; então, devo sair às 8 horas e 10 minutos ou um pouquinho antes...	*Devo chegar ao trabalho lá pelas 9h, Começo a datilografar o texto e lá pelas 10h e 30min. certamente já terei terminado.*	*Ao meio-dia combinei de encontrar minha mulher para almoçar num lugar que fica longe do meu trabalho... nessa uma hora e meia de intervalo...*

Mas que tal conhecer um pouco mais sobre esse campo da Matemática, chamado Lógica?

De forma simplificada, a Lógica é uma área de estudos que se ocupa em validar se os raciocínios feitos e os comportamentos que deles decorrem são corretos (ou seja, se são lógicos, como dizemos popularmente).

Toda vez que defendemos uma idéia, um ponto de vista, ou mesmo, a solução encontrada para um problema, precisamos construir argumentos consistentes, usando para isso, nossos conhecimentos matemáticos.

Na Grécia antiga, o filófoso Aristóteles plantou as bases da chamada lógica formal. A lógica aristotélica propunha regras para o estabelecimento de um raciocínio bem encadeado.

A dedução

A dedução é um processo por meio do qual estabelecemos a verdade de algumas afirmações a partir de outras. Acompanhe a situação abaixo:

Na aula de Matemática, Paulo fez a seguinte afirmação:

– Todos os múltiplos de 6 são múltiplos de 2.

Pedro contestou o que Paulo disse, dizendo que não sabia se isso era verdade, de fato. Paulo então passou a argumentar:

– Sabemos que todos os múltiplos de 2 podem ser escritos na forma 2n e todos os múltiplos de 6 podem ser escritos na forma 6n, em que n é um número inteiro. Como 6n pode ser escrito na forma 2 X 3n, podemos concluir que todos os múltiplos de 6 são múltiplos de 2.

Na sua opinião a argumentação de Paulo foi consistente? Por quê?

Cuidado com as falácias!

Um dos aspectos interessantes da Lógica são as chamadas falácias. Mesmo tomando afirmações verdadeiras como ponto de partida (as premissas), podemos tirar conclusões não verdadeiras. São as chamadas falácias. Precisamos estar atentos para não nos deixarmos enganar pelas falácias.

Analise a afirmação abaixo:

Todos os múltiplos de 4 são pares. Portanto, qualquer número par é múltiplo de 4.

- A primeira parte da afirmação (todos os múltiplos de 4 são pares) é uma premissa verdadeira?
- E a conclusão (qualquer número par é múltiplo de 4) é verdadeira?
- Você pode concluir que se trata de uma falácia?

Você se arriscaria a formular uma outra falácia? Não é necessário que seja uma falácia matemática como a do exemplo. Ela pode se referir a uma situação da sua vida.

Mas isso não tem lógica alguma!!!

Com certeza, você já disse essa frase em algum momento da sua vida. Nas conversas com amigos, quando debatemos um assunto, muitas vezes o que é lógico para uma pessoa, não é assim tão lógico para outra. Mas o que importa, de fato, é saber dialogar, saber ouvir, ponderar, argumentar...

De toda forma, vamos brincar um pouco com algumas situações.

Em quais delas você identifica comportamentos que, para você, não são lógicos.

Mandei uma carta para minha tia que mora em Recife. Esqueci de escrever o endereço. Mas vai chegar assim mesmo.

Hoje o dia amanheceu azul e o sol está brilhando; a temperatura está agradável; vou sair com o guarda-chuva para me proteger dos raios!

Li as duas primeiras páginas do livro que você me deu; já vi que é uma história de suspense e já sei como será o final da história.

Você sabe o que é um enunciado?

Um enunciado é uma afirmação da qual se pode estabelecer, sem dúvida, se é verdadeira ou falsa.

Usando a lógica, podemos verificar se o que o enunciado revela, e o raciocínio feito a partir dele, estão relacionados de forma adequada.

Analise as frases abaixo. Verifique quais são enunciados. Depois, classifique esses enunciados em verdadeiros ou falsos, justificando suas respostas:

- Pelé foi um tenista famoso.
- Todo triângulo tem lados com mesma medida.
- Todo quadrado tem lados com mesma medida.

Você deve ter observado que as três são enunciados. O primeiro é falso, pois sabemos que Pelé foi jogador de futebol e não tenista famoso. O segundo é também falso pois apenas os triângulos equiláteros têm lados com a mesma medida. Ou seja, essa não é uma característica comum a todos os triângulos. O terceiro é verdadeiro.

Desenvolvendo Competências

9

Agora leia com atenção esta história.

André, Belinha, Carlos e Débora são amigos. Cada um tem seu jeito de ser, suas manias. Na cidade onde moram, acontece todo ano, na primeira semana de junho, um torneio de futebol com os times de toda a região.
- Se chove ou há muita fila para comprar ingresso, André não vai ao futebol.
- Belinha só vai ao futebol se houver muita fila para comprar ingresso, porque para ela isso é sinal de que o jogo promete.
- Se chove, Carlos não vai ao futebol.
- Débora vai ao futebol mesmo que chova ou que haja muita fila para comprar ingresso.

I. Prestou atenção? Então responda:

a) Domingo, dia do 1º jogo do torneio da cidade, estava chovendo e havia muita fila para comprar ingresso. Quem foi ao jogo?

b) Terça feira choveu. Quem pode ter ido ao jogo?

c) Quinta feira todos os amigos foram ao jogo. O que deve ter acontecido?

d) Sábado fazia sol. Por que Belinha não foi ao futebol?

Justifique suas respostas.

II. Complete as afirmações de modo que sejam lógicas e não contraditórias.

a) Se eu tivesse mais tempo livre, ____.

b) Eu já havia assistido àquele filme e ____.

c) Não sei o que fazer, então ____.

d) Se hoje terminar o prazo para me inscrever no concurso de música, ________________.

III. Assinale com um X, dentre as três possibilidades apresentadas, a que tem o mesmo significado da frase em destaque:

a) Todos os mares são salgados.

( ) *Nenhum mar é salgado.*

( ) *Qualquer mar é salgado.*

( ) *Um mar é salgado.*

b) Nem todos os rapazes gostam de dançar.

( ) *Nenhum rapaz gosta de dançar.*

( ) *Todos os rapazes gostam de dançar.*

( ) *Há rapazes que não gostam de dançar.*

c) Em minha classe, todos possuem pelo menos um livro.

( ) *Qualquer aluno não tem livro.*

( ) *Todos possuem qualquer livro.*

( ) *Todos possuem um livro.*

Matemática, cidadania e propostas de ação solidária

Num de seus textos, um importante educador matemático brasileiro, o professor Ubiratan D'Ambrosio, escreve:

> *Cidadania tem tudo a ver com a capacidade de lidar com situações novas. Lida-se com situações conhecidas e rotineiras a partir de regras que são memorizadas e obedecidas. Mas o grande desafio está em tomar decisões sobre situações imprevistas e inesperadas, que hoje são cada vez mais freqüentes. A tomada de decisões exige criatividade e ética.*
> *A Matemática é um instrumento importantíssimo para a tomada de decisões, pois apela para a criatividade. Ao mesmo tempo, a Matemática fornece os instrumentos necessários para uma avaliação das conseqüências da decisão escolhida.*
> *A essência do comportamento ético resulta do conhecimento das conseqüências das decisões que tomamos.*

As idéias apresentadas no texto do professor Ubiratan D'Ambrosio, que se referem às relações entre Matemática e cidadania, vêm sendo cada vez mais discutidas ultimamente. Os dados numéricos e as informações estatísticas são ferramentas importantes para que todas as pessoas exerçam a sua cidadania.

Como exemplo, vamos analisar as informações apresentadas no artigo de Marcelo Leite, que nos oferece uma visão ampla sobre o desmatamento da floresta amazônica:

NÃO É O CASO DE COMEMORAR

O Brasil é provavelmente o único país do mundo que pode se dar ao luxo de comemorar o desmatamento de uma superfície equivalente a 2/3 da Sicília. Ou, numa comparação mais palatável, três vezes a área do Distrito Federal, em um único ano. A destruição acumulada da Amazônia bateu em 551.782 quilômetros quadrados, 14% da área que ocupava. Ainda é a maior floresta tropical do mundo, mas o Brasil só precisou das duas últimas décadas para dizimar 10% dela.

Não é só do ponto de vista absoluto que os 16.926 quilômetros quadrados estimados para 1999 sobressaem. Também em termos relativos, o número é elevado, pois repete o dado de 1998, ou seja, uma consolidação do aumento de mais de 30% com relação ao ano anterior de 1997.

O governo pode falar em "estancamento" e tendência de queda, apoiado na suposta redução de 2,6%, mas é preciso ir devagar com os números. Antes de mais nada, porque o dado de 1999 não passa de uma estimativa, sujeita a revisão. As previsões anteriores (1997, 1998) sofreram correções de 1,5% e 3,1%, respectivamente. Assim, nem mesmo existe segurança de que houve redução de 1998 para 1999, pois os 2,6% de diminuição estariam dentro do que pode se chamar de margem de erro de estimativa.

Além disso, as cifras em torno de 17 mil quilômetros quadrados dos dois últimos anos põem o país num patamar mais próximo da década de 80, quando o desmatamento da floresta Amazônica chocou o mundo. Houve desaceleração no começo dos anos 90, mas desde então os números foram sempre superiores.

Adaptado da Folha de São Paulo, São Paulo, 12 de abril de 2000.

Em função da leitura do texto, responda:

- O que o autor do texto quer dizer quando afirma que "o Brasil é provavelmente o único país do mundo que pode se dar ao luxo de comemorar o desmatamento de uma superfície equivalente a 2/3 da Sicília. Ou, numa comparação mais palatável, três vezes a área do Distrito Federal, em um único ano?"
- Quando o jornalista afirma que o Brasil só precisou das duas últimas décadas para dizimar 10% dela, que previsões podem ser feitas para a maior floresta tropical do mundo nos próximos 20, 40, 60 anos, se não forem tomadas providências urgentes e eficientes?
- No texto, o autor revela preocupação com a análise que o governo faz dos números. Como você interpreta essa preocupação?
- Que tipo de intervenção você acha que deveria ser feita pelo governo relativamente à floresta amazônica?
- E na região em que você vive? Que intervenções ambientais você considera mais urgentes?

No início deste Capítulo, perguntamos como você avalia sua capacidade de raciocinar? E então?

Conferindo seu conhecimento

2

I. Item (a)

3

I. Os 3 próximos números da seqüência numérica 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... são 34, 55 e 89, pois cada termo é igual à soma dos dois que o antecedem.

II. Completando as seqüências, temos:

0	3	6	9	12	15	18	21
1	4	7	10	13	16	19	22
1	2	4	7	11	16	22	29
2	6	18	54	162	486	1.458	4.374
1	1	2	6	24	120	720	5.040

III.

82
34 48
14 20 28
5 9 11 17
1 4 5 6 4

4

I. Broas e pãezinhos = *Cada pãozinho custa R$0,25 e cada broa custa R$0,40.*

II. O filatelista = *O preço da cartela A é R$18,00 e o da cartela B é R$7,00.*

5

Pudim de mandioca (para 10 pessoas)	Pudim de mandioca (para 6 pessoas)
$2\frac{1}{2}$ *xícaras (de chá) de mandioca crua ralada*	$1\frac{1}{2}$ *xícaras (de chá) de mandioca crua ralada*
$1\frac{1}{4}$ *xícara (de chá) de coco ralado*	$\frac{3}{4}$ *xícara (de chá) de coco ralado*
$3\frac{3}{4}$ *xícaras (de chá) de açúcar*	$2\frac{1}{4}$ *xícaras (de chá) de açúcar*
$1\frac{1}{4}$ *xícara (de chá) de leite*	$\frac{3}{4}$ *xícara (de chá) de leite*
$7\frac{1}{2}$ *ovos levemente batidos*	$4\frac{1}{2}$ *ovos levemente batidos*
$3\frac{3}{4}$ *colheres (de sopa) de manteiga derretida e fria*	$2\frac{1}{4}$ *colheres (de sopa) de manteiga derretida e fria*
$1\frac{1}{4}$ *colher (de sopa) de farinha de trigo*	$\frac{3}{4}$ *colher (de sopa) de farinha de trigo*

6

Enfim, um aumento!

Ele pode multiplicar R$380,00 por 1,06 o que dá R$ 402,80 ou então pode mulltiplicar R$380,00 por 0,06 e depois adicionar esse resultado a R$380,00.

A organização dos campeonatos:

- *Em 2023 não deve acontecer esse campeonato.*
- *Em 2031 deverá haver campeonato.*
- *Para saber se em um determinado ano x acontecerá um campeonato basta fazer: x – 1998 e dividir o resultado por 3. Se o resto da divisão for zero haverá campeonato.*

Compras no supermercado:

Calculando mentalmente quanto foi gasto nessa compra, podemos dizer que se gastou mais de R$15,00.

Cada um com seu jeito de calcular:

Ambos estão corretos. Iracema calculou 15% do valor e depois descontou do total e Severino calculou diretamente 85% do total, sabendo que 100% - 15% = 85%.

7

O comprimento da linha é maior que 1m.

8

I. Distância aproximada:

- *Do Rio de Janeiro a Belo Horizonte é aproximadamente a mesma de Rio de Janeiro a São Paulo, ou seja, 400km.*
- *De Salvador a Natal é de aproximadamente o dobro da distância entre Rio de Janeiro a São Paulo, ou seja, 800km.*
- *De Porto Alegre a Curitiba é de aproximadamente 530km.*

II. Para recobrir um piso de uma sala retangular de 4,5m por 5,5m com lajotas de 50 cm de lado, serão necessárias, aproximadamente, 100 lajotas, pois em um dos lados cabem 9 lajotas e no outro cabem 11 lajotas, o que totaliza 90 lajotas.

9

I.

a) Belinha e Débora.

b) Débora e Belinha.

c) Não chovia nem havia fila muito grande.

d) Porque a fila não era grande.

III.

a) Qualquer mar é salgado.

b) Há rapazes que não gostam de dançar.

c) Todos possuem um livro.

Orientação final

Para saber se você compreendeu bem o que está apresentado neste capítulo, verifique se está apto a demonstrar que é capaz de:

- Identificar e interpretar conceitos e procedimentos matemáticos expressos em diferentes formas.
- Utilizar conceitos e procedimentos matemáticos para explicar fenômenos ou fatos do cotidiano.
- Utilizar conceitos e procedimentos matemáticos para construir formas de raciocínio que permitam aplicar estratégias para a resolução de problemas.
- Identificar e utilizar conceitos e procedimentos matemáticos na construção de argumentação consistente.
- Reconhecer a adequação da proposta de ação solidária, utilizando conceitos e procedimentos matemáticos.

Capítulo III

OS NÚMEROS: SEUS USOS E SEUS SIGNIFICADOS

Construir significados e ampliar os já existentes para os números naturais, inteiros e racionais.

Wanda Silva Rodrigues

Capítulo III

Os números: seus usos e seus significados

Apresentação

Os números fazem parte de nossa vida. Nossa casa tem um número, a roupa que usamos tem uma numeração, os alimentos têm um preço. Nós mesmos temos números de identificação: aquele que está na carteira de identidade, o que está indicado na carteira do trabalho...

A construção dos números durou milênios. Estudos de várias ciências como a Arqueologia, a Etnologia e a Antropologia mostram que povos primitivos, mesmo antes de possuírem uma linguagem escrita, faziam registros de suas contagens por meio de marcas. Essas marcas podiam ser nós em uma corda, cortes num pedaço de madeira ou cortes em ossos de animais.

Os povos primitivos também faziam uso dos dedos das mãos e dos pés para efetuarem a contagem. Até hoje usamos a palavra dígito, que significa dedo, como sinônimo de algarismo. Alguns usavam também outras partes do corpo.

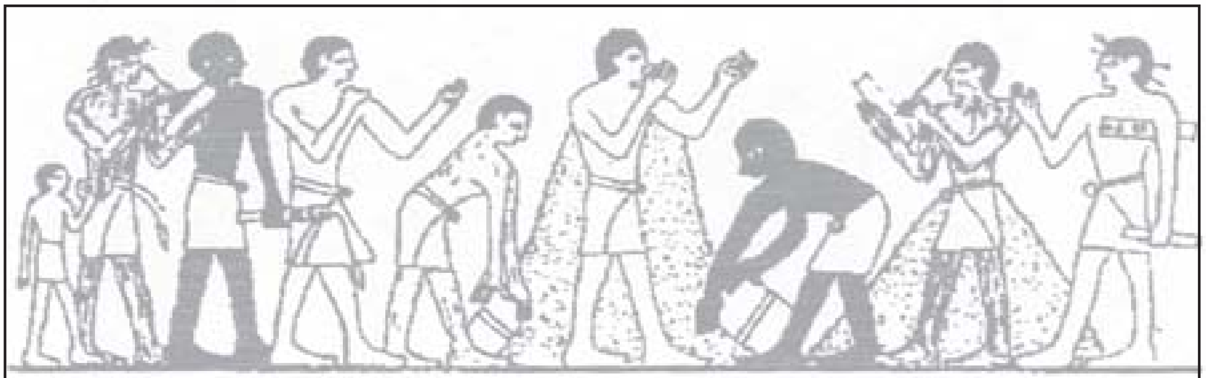


Figura 1 - Uma contagem digital particular em um momento do Antigo Império (Vª dinastia: século XXVI a.C.).
IFRAH, Georges, História Universal dos algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo.

Com o tempo, essas marcas foram substituídas por símbolos diversos. Ao buscar recensear seus habitantes, seus bens, suas perdas, ao procurar datar a fundação de suas cidades, esses povos construíram interessantes sistemas de numeração. Nos quadros ao lado você pode observar o número doze registrado de diferentes maneiras, em diferentes civilizações.

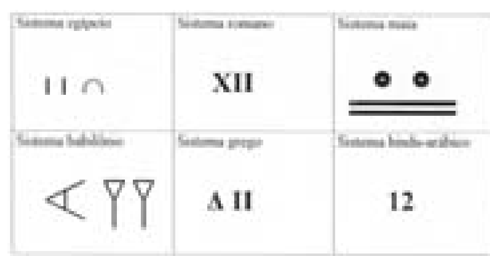


Figura 2 - Tradução de Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. v. 1. Tradução de Histoire universelle des chiffres.

Recontando os Números

Conta-se que no ano de 825 d.C. o trono do império árabe era ocupado pelo Califa al-Mamum. Ele queria transformar seu reino em um grande centro de ensino, onde se pudessem dominar todas as áreas do conhecimento. Para atingir esse objetivo, trouxe para Bagdá os grandes sábios muçulmanos daquela época. Entre esses sábios estava al-Khowarizmi.

A esse matemático árabe foi destinada a função de traduzir para o árabe os livros de Matemática vindos da Índia. Numa dessas traduções, esse sábio se deparou com um livro que ensinava a fazer quaisquer cálculos usando apenas dez símbolos. Al-Khowarizmi ficou tão impressionado com a utilidade daqueles dez símbolos – que hoje são conhecidos como 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, que escreveu um livro explicando como funcionava esse sistema. O termo **algarismo** usado para denominar os símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 é uma homenagem a esse matemático árabe.

Desse modo, o sistema de numeração que utilizamos hoje foi criado pelos hindus, e divulgado a outros povos pelos árabes, em suas viagens. Por isso, ele é conhecido como indo-arábico. A principal vantagem desse sistema reside no fato de que, com apenas dez símbolos (0, 1, 2,..., 9), podemos escrever qualquer número que desejarmos, por maior que ele seja. Ele é chamado decimal porque se utiliza de agrupamentos de 10 em 10. Uma das características desse sistema é o chamado princípio do valor posicional. Assim, na escrita 555, o 5 pode valer 5, 50 ou 500, dependendo de sua posição (555 = 500 + 50 + 5).

Apesar de a utilização dos números ter-se iniciado há mais de 5.000 anos, foi a partir do surgimento do sistema indo-arábico que o **zero** passou a ser utilizado, a fim de atender, principalmente, a exigências relacionadas ao valor posicional na numeração escrita. Ao representar, por exemplo, 27 e 207, o papel do zero é essencial para que haja a distinção de uma representação para outra.

Os primeiros números que aprendemos e que servem para representar os resultados de contagens, de ordenações, e também para codificar são chamados números naturais.

Você os conhece bem: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...

O conjunto dos números naturais é infinito e representado pela letra **N**:

$$N=\{0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots\}$$

Há uma infinidade de números naturais e também outros tipos de números...

Qual o resultado da subtração 3-7?

Durante muito tempo, problemas deste tipo foram considerados sem solução. Quando lidamos com números naturais, o resultado da subtração **a – b** pode ser encontrado no conjunto dos naturais somente quando **a ⩾ b**.

No entanto, situações do dia–a–dia como as que envolvem dívidas, registros de temperaturas mínimas de uma cidade ou resultados financeiros de uma empresa, mostram a necessidade de representar números menores que zero e dar significado a operações a – b, quando a < b.

O conjunto dos números inteiros (também conhecidos como inteiros relativos) é representado pela letra **Z**:

$$Z=\{\ldots,-6,-5,-3,-1,0,+1,+2,+3,+4,+5,+6,\ldots\}$$

Resolvendo o Problema 1

1.1 Construa uma reta e localize nela os números positivos e negativos. Depois, responda e justifique suas respostas:

a) Qual número é menor: +3 ou +2?

b) Qual número é menor: +3 ou –2?

c) Qual número é menor: -3 ou +2?

d) Qual número é menor: -3 ou –2?

Agora imagine a seguinte situação:

Uma pessoa quer determinar a medida do segmento **RS**, tendo como unidade de medida o segmento **AB**. Como ela deve proceder? Que resposta é provável que ela encontre?

Figura 2

Para responder a esta pergunta, é preciso verificar quantas vezes o segmento AB "cabe" no segmento RS. Observando, você percebe que o segmento AB "cabe" quatro vezes e meia no segmento RS ou que a medida do segmento RS é quatro vezes e meia a medida do segmento AB.

Na busca em quantificar e representar medidas em situações como essa, surgiram os números racionais.

Os números racionais são identificados como números expressos na forma $\frac{a}{b}$ (ou a/b; a:b), em que os números a e b são número inteiros quaisquer, sendo que o número b deve ser necessariamente diferente de zero.

O conjunto dos números racionais é indicado pela letra Q:

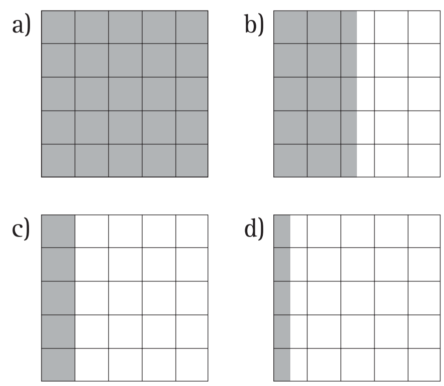
$$Q=\{a/b,\ a \in Z \text{ e } b \in Z^*\}$$

Z: Conjunto dos inteiros, exceto o 0.*

Os números racionais podem ser representados na forma fracionária ou na forma decimal. Nas figuras abaixo, você pode observar uma figura quadrada de 25 unidades quadradas de área; partes dessa figura foram hachuradas.

1.2 Observe as figuras e relacione, dentre as escritas numéricas abaixo, a qual se refere cada uma delas.

$\frac{25}{10}$ $\frac{25}{1}$ $\frac{25}{2}$ $\frac{25}{5}$



Se você usar uma calculadora e dividir 25 por 2, que resultado obterá? Esse resultado pode ser visualizado na figura b.

Agora observe a seqüência de resultados obtidos dividindo-se o numerador pelo denominador de frações em que o numerador é 49.

$\frac{49}{1} = 49{,}0$ $\frac{49}{2} = 24{,}5$ $\frac{49}{3} = 16{,}333...$

$\frac{49}{4} = 12{,}25$ $\frac{49}{5} = 9{,}8$ $\frac{49}{6} = 8{,}1666...$

$\frac{49}{9} = 5{,}444...$ $\frac{49}{11} = 4{,}4545...$

1.3 Responda:

- Que diferenças e que semelhanças você observa nesses resultados?
- Há representações decimais finitas? Quais?
- Há representações decimais infinitas? Quais?
- É possível dizer que números ocuparão as próximas ordens nas representações infinitas?

Veja mais sobre este assunto em livros de Matemática para o Ensino Fundamental.
Procure o significado de expressões como dízimas periódicas e fração geratriz.

Identificando um mundo de números

Você já deve ter observado que a leitura de notícias veiculadas em jornais e revistas envolve quase sempre dados numéricos. Leia o texto abaixo e depois responda às questões formuladas:

A água sem tratamento e a falta de saneamento básico causam a morte de milhares de pessoas por ano no Brasil. O Brasil tem 7,5 milhões de domicílios sem banheiro. No Piauí, 42,9% dos domicílios não têm instalação sanitária. Em 1998, doenças relacionadas à falta de saneamento básico como a diarréia, vitimaram 10 844 pessoas, número maior do que o de homicídios na região metropolitana de São Paulo naquele ano. A região sudeste ocupa uma posição muito boa em relação ao saneamento básico: o percentual de municípios com rede de esgoto chega próximo de 90%. Mas isso apenas não basta para que a situação de saneamento básico seja boa. Há ainda a questão da água. Nessa região, são poucos os municípios que ainda não têm água encanada: cerca de apenas 5%.

Adaptado de Folha de São Paulo, São Paulo 28/03/2002.

Resolvendo o Problema 2

a) O dado “7,5 milhões” que aparece no texto refere-se a um número natural?

b) E o dado “42,9%”?

c) Registre pelo menos duas maneiras diferentes de representar 7,5 milhões.

d) O dado 5%, que aparece no final do texto, pode ser representado de outras maneiras: 0,05; $\frac{5}{100}$; 5 X 10^{-2}. Como você representaria o dado 90% que também aparece no texto, usando essas diferentes maneiras?

e) Na escrita 28/03/2002 o que significa o 03?

f) O número de domicílios sem instalação sanitária no Piauí é maior ou menor que a metade dos domicílios desse estado?

Como você deve ter observado, nesse texto há diferentes usos e representações de números naturais: 7,5 milhões de domicílios (que também podem ser representados pela escrita 7.500.000 – sete milhões e quinhentos mil); 10.844 pessoas vitimadas pela diarréia. Esses números referem-se a uma contagem ou a uma estimativa? Já os números apresentados na escrita da data de publicação da notícia - 28/03/2002 - são números naturais que indicam uma ordenação: o vigésimo oitavo dia do terceiro mês (março) do ano de 2002.

Agora responda: Por que será que o jornal usa 7,5 milhões?

Resolvendo o Problema 3

3.1 Analise este trecho de uma notícia, publicada no dia 1/4/2002, numa segunda-feira, e depois responda às questões.

> *Das 20 horas de amanhã até às 8 horas de quarta-feira poderá haver falta de água nos bairros Vila Irelândia, Jasmim Alegre, Vila Brasil e Jardim Aurora, no município "Pau Brasil", em razão de serviços da Companhia de Águas e Esgotos na rede de distribuição de água da cidade. Aproximadamente 2.500 famílias devem ser atingidas pelo corte.*
> *Já no município de Jacarandá, a falta de água deve ocorrer das 8 às 20 horas de quarta-feira, na Costa Verde, Morro do Alto e Morro Branco. Cerca de 20 mil casas devem ter a suspensão no abastecimento.*
> *A Companhia de Água e Esgotos recomenda que os moradores dos bairros afetados evitem o desperdício e reservem água para o período.*

a) Por quantas horas os bairros do município de Pau Brasil, citados na notícia, ficaram sem água?

b) É possível afirmar que faltou água no dia 1º de abril nessa região?

c) Em Jacarandá, a falta de água ocorrerá no mesmo período que a de Pau Brasil?

d) O tempo de duração da falta de água no Jacarandá será o mesmo que em Pau Brasil?

e) Em que cidade a falta de água atingirá mais pessoas? Justifique.

Analisando a reportagem, publicada no dia 1º de abril, você pode constatar que tanto a cidade de Pau Brasil como a de Jacarandá ficaram 12 horas sem água; no entanto, no Jacarandá, é provável que a quantidade de pessoas atingidas tenha sido maior. Notícias como essa, que envolvem dados numéricos, são importantes para que os cidadãos possam se prevenir nessas situações, colaborar e também saber reivindicar seus direitos junto aos governantes.

Em notícias também aparecem situações que podem ser representadas por números inteiros negativos. Observe:

> *No interior da Antártida, onde faz 70 graus negativos no inverno, a temperatura caiu, em média, 1 grau desde os anos 80.*
> (Revista Veja, 30/01/2002)

Provavelmente você já ouviu falar na Antártida. Lá faz muito frio e as temperaturas são sempre negativas. Já foi registrada a temperatura de 89 graus abaixo de zero. Quando é verão há luz até aproximadamente 23 horas e 30 minutos e quando é inverno há luz apenas durante algumas horas.

3.2 Com base nessas informações responda: Se a temperatura média cai um grau a cada ano e se, por suposição, em 1982 a temperatura média no inverno foi de 70 graus negativos, que hipótese podemos ter para as temperaturas médias no inverno nos anos indicados na tabela abaixo?

1985	*1989*	*1993*	*1997*	*2001*

Em outras palavras, que previsões podemos fazer para essas temperaturas? Para diferenciar números negativos de números positivos, utilizamos os sinais + e -.

Assim, se a indicação de uma temperatura é precedida pelo sinal +, isso significa que ela está acima de zero grau, e se é precedida pelo sinal -, ela está abaixo de zero grau.

Mas além das temperaturas, usamos os números negativos em outras situações. Veja alguns exemplos:

- Um submarino encontra-se a 80m abaixo do nível do mar.
- A cidade de Campo Grande, capital do Mato Grosso do Sul, está situada a uma altitude de 532m acima do nível do mar.

Você sabia que o altímetro é um aparelho que registra altitudes positivas (acima do nível do mar) e altitudes negativas (abaixo do nível do mar)?

3.3 Outro exemplo que você certamente conhece é o de saldo de gols de um campeonato de futebol: os números positivos representam gols marcados e os números negativos, gols sofridos.

Analisando a tabela, encontre o total de gols marcados, o total de gols sofridos e o saldo de gols de cada equipe.

Equipes	Gols marcados	Gols sofridos	Total
Palmeiras	+ 45	- 44	
São Paulo	+ 42	- 39	
Santos	+ 38	- 38	
Flamengo	+ 37	- 39	
Portuguesa	+ 35	- 33	
São Caetano	+34	- 30	
Grêmio	+29	- 37	
Total			

Tabela 1

Atribui-se aos hindus a invenção dos negativos. A primeira referência explícita é encontrada numa obra do ano 628, escrita pelo matemático Brahmagupta.
Mas, durante o Renascimento (séculos XV e XVI), as operações comerciais de venda e troca de mercadorias eram intensas e, de certa forma, inspiraram os matemáticos da época na escolha de um novo tipo de número para representar perdas e dívidas.

Imagine um comerciante daquela época que tivesse em seu armazém sacos de sal com 5kg cada um. Ao vender 3kg de um dos sacos, escrevia o número 3 com um tracinho na frente (-3) para não esquecer que, no saco havia 3kg de sal a menos.

Se esse comerciante resolvesse despejar em outro saco os 2kg de sal que sobraram, escrevia o número 2 com dois tracinhos cruzados na frente para lembrar que no saco foram acrescentados 2kg a mais que a quantidade inicial.

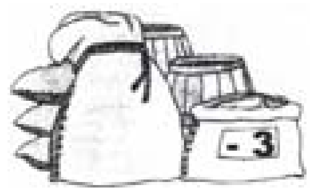


Figura 3

Figura 4

Positivo e Negativo

Os matemáticos, percebendo que essa notação era prática, passaram a usar o sinal positivo ou negativo na frente dos números, para indicar o ganho ou a perda de quantidades.

Os números indicados com o sinal de menos (-) passaram a ser chamados de números negativos. A expressão "número negativo" tinha o significado de que se tratava de "não-número", o que mostrava as dificuldades pelas quais a humanidade passou para aceitá-lo.

Muitos matemáticos do passado negavam a existência de tais números, que chamavam de "números absurdos" ou de "números falsos". Entre a invenção dos negativos e sua aceitação, transcorreram-se cerca de mil anos. Nicolas Choquet (1445 – 1500) e Michel Stifel (1487 – 1567) foram os primeiros matemáticos a considerarem os negativos em suas obras e equações.

É bastante provável que os povos primitivos tenham sentido a necessidade de repartir coisas inteiras, como, por exemplo, os alimentos, em partes aproximadamente iguais e sem sobrar resto. Para medir terras ou colheitas com exatidão, para a cobrança de impostos, para medir líquidos, cereais, tecidos, para o comércio, os homens criaram unidades padrão para as medidas. Ao escolherem uma determinada medida padrão para medir, perceberam que o resultado obtido nem sempre era um número inteiro e sentiram a necessidade de fracionar essa unidade de medida. Em registros egípcios, gregos e romanos da Antiguidade, encontram-se formas de representar esse fracionamento.

Os egípcios já usavam a fração por volta de 2000 a.C. para operar com seus sistemas de pesos e medidas e para exprimir resultados. Eles utilizavam apenas frações unitárias (frações de numerador 1), com exceção de $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$.

Uma fração pode indicar a relação que existe entre um número de partes e o total de partes. Mas ela pode indicar também o quociente de um inteiro por outro, desde que este outro não seja nulo ($a : b = \frac{a}{b}$; b • 0).

Muitas vezes ela é usada como um índice comparativo entre duas quantidades, ou seja, quando é interpretado como razão.

3.4 Resolva os problemas abaixo e explique que significado você atribui às frações apresentadas.

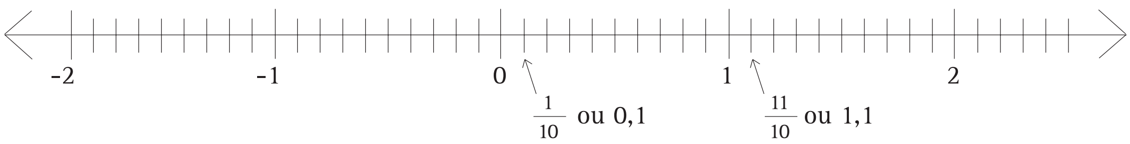
a) Numa festa, um bolo foi dividido em 12 partes iguais e cada pessoa presente comeu $\frac{1}{12}$ do bolo. Quantas pessoas estavam na festa? Sobrou bolo?

b) Três folhas de papel de seda de cores diferentes foram repartidas entre 4 irmãos. A mãe queria fazer uma divisão eqüitativa e dar um pedaço de cada cor a cada um dos filhos. Que parte cabe a cada menino: $\frac{3}{4}$ de folha ou $\frac{4}{3}$ de folha?

c) Uma pesquisa mostrou que 2 pessoas em cada 5 habitantes de uma cidade pretendem votar num determinado candidato. Se isso acontecer na eleição, esse candidato deve ter mais que 50% dos votos? Ou menos?

Nos dias de hoje, por influência das calculadoras, os números racionais aparecem muito mais na forma decimal do que na forma fracionária.

Uma forma de visualizar a ordenação de números é a utilização da reta numérica. Ao localizar, na reta, um número, todos os que estão a sua esquerda são menores do que ele, e todos os que estão à sua direita são maiores do que ele. Observe:



Para efeito de representação, nesta reta numérica estão assinalados números inteiros, e cada intervalo foi dividido em dez partes iguais.

Entre os números 0 e 1, você pode observar a localização $\frac{1}{10}$ ou 0,1. E entre os números 1 e 2 está localizado o 1,1 ou $\frac{11}{10}$.

3.5 Observe as alternativas abaixo e assinale a que é verdadeira.

a) O número 2,2 está entre os números -2 e -3.

b) O número 1,0002 está entre os números +1 e +2

c) $\frac{1}{5}$ está entre os números +1 e +5

d) - $\frac{5}{3}$ está entre os números -3 e –5

Agora vamos ver o que acontece em seqüências em que há números racionais representados na forma fracionária.

3.6 Descubra a regra e continue as seqüências:

A	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$				
B	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$				
C	$\frac{64}{10}$	$\frac{32}{10}$	$\frac{16}{10}$				

Veja se suas respostas conferem. Na seqüência A, o sétimo termo é $\frac{7}{2}$. Na seqüência B, o sétimo termo é $\frac{6}{4}$. Na seqüência C, o sétimo termo é $\frac{1}{10}$.

3.7 Descubra a regra e complete estas outras seqüências:

A	0,2	0,5	0,8				
B	10,5	9,0	7,5				
C	43,9	43,5	43,1				

Para dar continuidade à seqüência A, você precisa adicionar 0,3 a cada vez. Para a seqüência B, você precisa subtrair 1,5 a cada vez. Já na seqüência C, cada termo é obtido subtraindo-se 0,4 do que vem antes.

De que modo você encontrou os números nessas seqüências: fazendo cálculo escrito, cálculo mental ou usando a calculadora?

Como você deve saber, não faz muito tempo que a humanidade dispõe de calculadoras para obter resultados de cálculos, de forma rápida, na resolução de problemas. Até o final da década 1970, fazíamos todas as contas no papel e quando possível, as resolvíamos "de cabeça".

A partir dos anos 80, as calculadoras eletrônicas e os computadores foram se tornando cada vez menores e mais rapidamente difundidos.

No entanto, muitas vezes não temos condições de fazer cálculos por escrito e também não dispomos de calculadora ou de um computador. Aí, funciona a preciosa capacidade que temos de operar mentalmente.

3.8 Vamos ver como você se sai em cálculo mental?

Na primeira coluna da tabela estão indicadas diferentes operações. Ao lado de cada uma há quatro resultados indicados. Assinale qual é o resultado correto de cada operação fazendo, mentalmente, o cálculo. Justifique sua escolha.

Operações	Resultados			
a) 5.236 + 3.468	874	8.704	8.911	8.694
b) 9.587 - 7.329	2.258	2.262	3.268	3.852
c) 30.040 - 7.090	27.050	2.295	23.050	22.950
d) 1.000.000 - 99.888	9.112	112	90.012	900.112
e) 5.005 : 5	11	101	1.001	1.010
f) 10.340 x 100	134.000	103.400	1.034.000	103,40
g) 584.300 : 100	5.843	58,43	58.430	0,5843
h) 0,2 x 0,3	6	0,6	0,060	0,006
i) 3,7 - 2,9	1,2	1,8	1,2	0,8

Leitura de uma escrita numérica

Para facilitar a leitura de uma dada escrita numérica, identificamos as ordens e classes que a compõem. As três primeiras ordens são a das unidades, a das dezenas e a das centenas simples. Depois vêm as unidades, dezenas e centenas de milhar. Seguem-se as unidades, dezenas e centenas de milhão. E assim, sucessivamente, vamos encontrar as classes dos bilhões, trilhões, quatrilhões etc.

O quadro abaixo ilustra essa organização onde as letras **C, D** e **U** representam, respectivamente: **centenas, dezenas e unidades.**

...		Trilhão			Bilhão			Milhão			Milhar			Unidade Simples		
		C	**D**	**U**	**C**	**D**	**U**	**C**	**D**	**U**	**C**	**D**	**U**	**C**	**D**	**U**
									3	4	5	0	9	1	2	6
							2	3	0	0	2	5	0	6	0	0

Resolvendo o Problema 4

4.1 Como você lê o número registrado na primeira linha do quadro? E o segundo?

Se você respondeu "trinta e quatro milhões quinhentos e nove mil, cento e vinte e seis", para o primeiro número apresentado, acertou!

Esse quadro pode ser ampliado, para representar os décimos, os centésimos, os milésimos etc.

Veja só:

Milhar			Unidade Simples					
C	**D**	**U**	**C**	**D**	**U**	**D**	**C**	**M**
				1	2	3	0	1
					5	0	7	
					0	0	0	8

Com relação ao primeiro número registrado na primeira linha do quadro, nós o escrevemos 12,301, ou seja, usamos a vírgula para identificar a parte inteira e a chamada "parte decimal". E lemos: doze inteiros e trezentos e um milésimos.

4.2 Agora responda:

A leitura correspondente aos números registrados na segunda e terceira linhas do quadro é:

a) cinco inteiros e sete centésimos; oito centésimos;

b) cinco inteiros e sete milésimos; oito milésimos;

c) cinco inteiros e sete centésimos; oito milésimos;

d) cinco inteiros e sete décimos; oito centésimos;

Você sabia?

- *Nas calculadoras, para fazer os registros de números não inteiros, ao invés do uso da vírgula para separar a parte inteira da parte decimal, é usado um ponto.*
- *Para números muito "grandes", como por exemplo, 6.100.000.000 (seis bilhões e cem milhões), podemos usar escritas reduzidas. Assim, poderíamos escrever : 6,1 bilhões ou* $6{,}1 \times 10^9$.
- *O mesmo acontece quando o número é muito "pequeno", como por exemplo: 0,0008 (oito décimos de milésimos). Ele pode ser assim representado:* 8×10^{-4} *ou* $0{,}8 \times 10^{-3}$.

Os números nos chamam atenção para os fenômenos da natureza, da sociedade ...

A preocupação com as questões ambientais é uma das marcas do nosso tempo. Embora com muito atraso, a humanidade se deu conta da necessidade de preservação de bens naturais que se esgotam. O desmatamento por meio de queimadas representa, para os colonos, uma forma rápida e barata de limpar a área de cultivo. No entanto, além de devastarem florestas, as queimadas lançam milhões de toneladas de gás carbônico na atmosfera. Em um único dia, em setembro de 1987, o satélite NOAA-9 detectou 6.800 focos de incêndio na floresta Amazônica. Com uma única imagem esse satélite dá elementos que permitem cobrir praticamente todo o território de nosso país. A imagem é enviada para a estação de recepção do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE – que processa os dados e passa as coordenadas dos focos de incêndio para o Instituto Brasileiro de Desenvolvimento Florestal – IBDF. No entanto, o IBDF ainda tem um número insuficiente de agentes de defesa florestal para fiscalizar os 5 milhões de quilômetros quadrados de floresta Amazônica no Brasil.

Espacial, São José dos Campos, SP, nº 68, p. 9, [199-?]

Desenvolvendo Competências

1

A Matemática, ao apresentar dados numéricos, contribui para uma melhor reflexão sobre as questões ambientais.

Observe a tabela:

O QUE SE QUEIMOU DA FLORESTA AMAZÔNICA EM 1987

Estado	Área queimada (km^2)	% da área do Estado
Rondônia	*45.452*	*18,7*
Mato Grosso	*78.718*	*8,9*
Goiás	*38.940*	*6,1*
Acre	*7.274*	*4,8*
Maranhão	*13.766*	*4,2*
Pará	*19.365*	*1,6*
Amazonas	*1.493*	*0,1*
TOTAL	*204.608*	

Tabela 1

Espacial, São José dos Campos, n. 68, p.9.

1.1 Qual estado tem maior percentual de área queimada?

a) Rondônia

b) Acre

c) Maranhão

d) Mato Grosso

1.2 Em qual estado a área queimada é maior?

a) Rondônia

b) Amazonas

c) Pará

d) Mato Grosso

1.3 As respostas dadas em 2.1 e 2.2 foram as mesmas? Justifique.

Desenvolvendo Competências

2

Os números nos permitem também acompanhar o crescimento das populações e a fazer previsões.

Leia o texto abaixo:

> *Segundo informações da Organização das Nações Unidas (ONU), a população mundial – que chegou, aproximadamente, a 6,1 bilhões de pessoas no ano 2000 – está crescendo com um ritmo de 77 milhões/ano.*
> *1,2 bilhões de pessoas, aproximadamente 20%, residem nos países ricos do planeta. No ano 2050, a Terra terá 9,5 bilhões de habitantes. A população da América Latina chegou a 498,8 milhões de pessoas no ano 2000, 8,2% da população mundial, estimada em 6,056 bilhões. O país mais povoado da América Latina é o Brasil, com 170.406.000 habitantes.*
>
> (Adaptado do Estado de São Paulo 8/04/2002)

2.1 *Se a população mundial continuar a crescer nessa mesma proporção, aproximadamente, no ano de 2010 o mundo terá:*

a) 6,1 bilhões de pessoas.

b) 9,5 bilhões de habitantes.

c) 498,8 milhões de pessoas.

d) 6,87 bilhões de habitantes.

2.2 *Em 2020, nosso planeta terá mais ou menos pessoas do que em 2050? Justifique.*

2.3 *O que você entende por "está crescendo com um ritmo de 77 milhões/ ano" ?*

Os números nos ajudam a tomar decisões e a enfrentar os problemas do nosso dia-a-dia

Questões sociais como desemprego, perda do poder aquisitivo, dentre outras, preocupam cada vez mais os trabalhadores, diante de um novo mundo do trabalho que se configura. Diariamente, em jornais, revistas e na televisão, acompanhamos notícias e debates ligados a esses temas.

Muitas vezes, pagamos nossas compras sem nos questionarmos se o que está sendo pago é adequado. Um artigo de uma revista nos chama atenção para questões desse tipo.

CACHORRO- QUENTE COMPLETO POR 50 CENTAVOS

Pão, duas salsichas, purê, maionese, batata palha e milho, mais ketchup e mostarda à vontade. Tudo por 50 centavos.

Um vendedor de cachorro-quente trabalha com um fornecedor que lhe vende 1.800 pães por dia, a 10 centavos cada um. Esse vendedor consegue um lucro de 16 centavos por hot-dog. Parece pouco, mas não é. Dá 32% de lucro. Veja quanto custa cada item:

Pão de hot-dog	*R$ 0,10*
2 salsichas	*R$ 0,13*
20 gramas de purê	*R$ 0,013*
35 gramas de maionese	*R$ 0,028*
8 gramas de milho	*R$ 0,018*
6 mililitros de ketchup	*R$ 0,007*
3 mililitros de mostarda	*R$ 0,002*
8,5 gramas de batata palha	*R$ 0,041*
Total	*R$ 0,34*
Lucro	*R$ 0,16*

Adaptado de Revista Veja, São Paulo, 23.jan.2002

Resolvendo o Problema 5

5.1 O texto afirma que o vendedor de cachorro-quente tem um lucro de 16 centavos por venda efetuada.

a) Você concorda que o total da despesa com um cachorro-quente seja de R$0,34? Faça o cálculo das despesas para constatar. Você pode arredondar, para mais, os preços. Assim, por exemplo, se a soma for R$0,339 você pode registrar R$0,34.

b) Se o vendedor, num dia, vender todos os cachorros-quentes que pode fazer com os pães fornecidos pela empresa, seu gasto diário será maior ou menor do que o seu lucro? Justifique.

c) De quanto será seu lucro diário se vender todos os cachorros-quentes que pode fazer com os pães fornecidos pela empresa? E mensal?

No texto, um fato chama a atenção. Embora em nosso país lidemos com reais e centavos de reais, os valores da tabela se expressam com escritas que indicam milésimos de reais (embora não tenhamos moedinhas desse tipo). Isso ocorre em outras situações como, por exemplo, o preço da gasolina. Você já observou isso? Sabe por quê?

Agora analise esta outra situação.

5.2 O dono de um restaurante fez seu balanço mensal e registrou os seguintes dados:

	Em reais
Receita obtida na 1ª quinzena	1.800,00
Despesas com fornecedores (mensalmente)	3.000,00
Receita obtida na 2ª quinzena	2.200,00
Aluguel do espaço (mensalmente)	500,00
Pagamento de salário e da contribuição previdenciária de dois funcionários (mensalmente)	500,00
Impostos e taxas (mensalmente)	220,00
Despesas com o contador (mensalmente)	180,00

Diante desses dados, você considera que, no final desse mês, a diferença entre o que ele ganha e o que ele paga resulta num saldo positivo ou negativo? De quanto é esse saldo?

Se você juntou a receita da 1ª quinzena com a receita da 2ª quinzena, obteve o quanto esse dono de restaurante ganhou em um mês. Ao juntar as despesas com fornecedores, aluguel do espaço, pagamento de salário e contribuição previdenciária, impostos, taxas e despesa com o contador, obteve as despesas desse dono de restaurante em um mês. Ao analisar o quanto ganhou e quanto pagou deve ter percebido que houve um saldo de R$400,00.

Preste atenção no extrato de uma conta bancária.

Conta Corrente			0033-01-003333-1
BANCO DO FUTURO			
Dia	**Histórico**	**Valor**	**Saldo**
Saldo em 30/9/01			406,00 C
01/10/01	SQ CASH REDE	200,00 D	206,00 C
05/10/01	LIQ VENC	1095,00 C	1 301,00 C
08/10/01	SQ CASH REDE	600,00 D	701,00 C
15/10/01	COMP 143396	700,00 D	1,00 C
18/10/01	COMP 143397	50,00 D	49,00 D
20/10/01	DEPOSITO	60,00 C	11,00 C

Ao analisar o extrato bancário, você deve ter percebido as letras D e C que aparecem. “D” significa débito e “C” significa crédito.

5.3 O que aconteceu com esta conta no dia 18 de outubro?

Você deve ter percebido que no dia 18/10/01 esse cliente estava com saldo negativo, isto é, ele estava devendo ao Banco.

Resolvendo o Problema 6

6.1 Se no dia 20 fosse depositado apenas R$50,00, esse cliente ainda teria um saldo para ser retirado. O mínimo de dinheiro que precisa ser depositado dia 20, para que o saldo **não** seja devedor é:

a) R$49,00.

b) R$11,00.

c) R$50,00.

d) R$1,00.

6.2 Se no dia 5/10/01 este cliente tivesse recebido de salário (líquido vencimento) R$ 1.600,00 no dia 20/10/01 seu saldo teria sido de:

a) R$11,00 C.

b) R$2.500,00 C.

c) R$516,00 C.

d) R$1.095,00 C.

Ao analisar esse extrato bancário você deve ter percebido que no dia 18/10/01 esse cliente estava com saldo negativo, isto é, ele estava devendo ao banco. Se no dia 20/10/01 depositou apenas R$50,00 esse cliente ficou com um saldo positivo de R$1,00. Mas, se no dia 5/10/01 seu salário fosse de R$ 1.600,00, e ele tivesse os mesmos créditos e débitos apontados no extrato, no dia 20/10/01 teria um saldo positivo de R$516,00.

Utilizando os conhecimentos numéricos para argumentar

Em vários momentos de nossa vida precisamos analisar situações, refletir sobre elas, tomar decisões e, muitas vezes, argumentar para convencer outras pessoas de nosso ponto de vista. Vamos analisar uma dessas situações. Certamente você já ouviu falar em cesta básica.

Ao pensar sobre a variação percentual dos produtos da cesta básica, você pode questionar alguns aspectos, tais como:

- Será que o salário mínimo é suficiente para adquirir esta cesta básica?
- Quanto de cada produto é possível comprar?
- Será que o que é possível comprar é suficiente para a alimentação de uma família durante um mês?

Observe a tabela com os preços médios de alimentos que compõem a cesta básica, praticados na cidade de São Paulo, em dezembro de 2001 (coluna A) e também em duas semanas consecutivas do mês de abril de 2002 (colunas B e C respectivamente).

CESTA BÁSICA DO PROCON-DIESSE

Custo semanal em R$

Produto básico	Preços médios		
	28.12.2001	19.04.2002	26.04.2002
	A	B	C
Arroz tipo 2 (5kg)	5,08	4,44	4,40
Feijão Carioquinha (kg)	1,31	1,45	1,46
Açúcar refinado (5kg)	3,67	3,50	3,41
Café em pó papel laminado (500g)	1,74	1,73	1,70
Farinha de trigo (kg)	0,95	0,92	0,93
Farinha de mandioca torrada (500g)	0,74	0,75	0,75
Batata (kg)	0,91	1,18	1,28
Cebola (kg)	0,99	1,00	1,11
Alho (kg)	9,46	11,09	10,97
Ovos brancos (dz)	1,55	1,43	1,48
Margarina (pote 250g)	0,60	0,61	0,62
Extrato de tomate (emb. 350-370g)	0,92	0,94	0,95
Óleo de soja (500ml)	1,36	1,20	1,20
Leite em pó integral (emb. 400-500g)	2,82	2,78	2,76
Macarrão c/ ovos (pac. 500g)	1,00	1,04	0,99
Biscoito maizena (pac. 200g)	0,95	0,86	0,86
Carne de primeira (kg)	6,00	5,24	5,57
Carne de segunda s/osso (kg)	4,18	3,99	3,97
Frango resfriado inteiro (kg)	1,81	1,55	1,54
Salsicha avulsa (kg)	2,00	2,14	2,27
Lingüiça fresca (kg)	3,53	3,46	3,39
Queijo muzzarela fatiado (kg)	6,63	7,69	7,87

Tabela 2
Procon/Dieese. In. Tabela adaptado de *Folha de São Paulo*, São Paulo, 27 abr. 2002.

Resolvendo o Problema 7

7.1 Se você fosse o jornalista responsável pela matéria sobre esse assunto, que título você daria a ela?

(I) Na última semana de abril, caiu o custo da cesta básica, em relação à semana anterior.

(II) Nesta última semana de abril, aumentou o custo da cesta básica, em relação à semana anterior.

Apresente argumentos para sua escolha.

Você sabia?

- *A cesta básica foi estabelecida em 1938, como parâmetro para a instituição do salário mínimo.*
- *Porto Alegre é a cidade mais cara do país e São Paulo é a segunda cidade mais cara, de acordo com a Pesquisa Nacional da Cesta Básica.*
- *A "família" considerada para cálculos de cesta básica é composta de dois adultos e duas crianças, sendo que estas consomem o equivalente a um adulto.*
- *A Constituição brasileira diz que "salário mínimo fixado em lei, nacionalmente unificado, deve ser capaz de atender às suas necessidades vitais básicas e às de sua família, como moradia, alimentação, educação, saúde, lazer, vestuário, higiene, transporte e previdência social".*

BRASIL, Constituição (1988). *Constituição da República Federativa do Brasil*, capítulo II, Dos Direitos Sociais, artigo 7º, inciso IV.

Além dos problemas ligados ao mundo do trabalho, ao bolso do trabalhador, outras questões preocupam cidadãos em todo o mundo. Num jornal de grande circulação foi publicada uma matéria sobre o lixo espacial.

Segundo Richard Crowther, consultor espacial da QinetiQ, uma organização estatal para pesquisa e desenvolvimento tecnológico da Grã-Bretanha, há 2 mil toneladas de lixo espacial - restos de foguetes, instrumentos, ferramentas perdidas por astronautas - num raio de 2 mil quilômetros da Terra. Crowther comenta: "À medida que dependemos mais e mais de sistemas espaciais para sensoriamento remoto, comunicação e navegação, precisamos compreender a ameaça imposta por esse entulho espacial e as conseqüências financeiras de ignorá-la a longo prazo".

Estado de S. Paulo, São Paulo, 1 jun. 2002. Caderno de Ciências e Meio Ambiente.

Com base nessas informações, escreva um pequeno texto dando sua opinião sobre o assunto e apresentando argumentos que sustentem sua opinião.

Utilizando os conhecimentos numéricos para intervir na realidade

Você já ouviu falar em DIEESE - Departamento Intersindical de Estatística e Estudos Sócioeconômicos? Faça uma pesquisa sobre as funções do DIEESE.

O DIEESE publicou a seguinte tabela referente à cesta básica para o Estado de São Paulo:

Produtos	*Quantidades*	*Fevereiro de 2002 (R$)*
Carne	6kg	41,28
Leite	7,5l	8,03
Feijão	4,5kg	9,18
Arroz	3kg	3,30
Farinha	1,5kg	1,86
Batata	6kg	6,90
Tomate	9kg	11,70
Pão	6kg	20,64
Café	600g	3,71
Banana	7,5 dúzias	9,83
Açúcar	3kg	2,55
Óleo	900ml	1,53
Manteiga	750g	8,12
Total da cesta		128,63

Tabela 3

Levando em conta os valores da cesta básica constantes na tabela e tomando por base uma família formada por pai, mãe e duas crianças em idade escolar, quanto você acha que deveria ser o valor do salário mínimo, de modo a atender minimamente as demais necessidades, além da alimentação? Escreva um texto com suas propostas.

Conferindo seu conhecimento

Resolvendo o Problema 1

1.1

... -5 -4 -3 -2 -1 0 +1 +2 +3 +4 +5 ...

a) +2.

b) -2.

c) -3.

d) -3.

1.2

a) 25/1.

b) 25/2.

c) 25/5.

d) 25/10.

1.3 Os quatro primeiros resultados são números racionais com representação decimal finita e os demais resultados são números racionais com representação decimal infinita e periódica. Nos casos em que a representação decimal é infinita e periódica, é possível identificar as próximas ordens, bastando para isso identificar o "período". Por exemplo, em 16,333... o período é "3", em 8,1666... o período é "6" e em 4,4545...o período é "45".

Resolvendo o Problema 2

a) O dado 7,5 milhões de domicílios refere-se ao número 7.500.000, que é um número natural.

b) No texto, o dado 42,9% é um número racional.

c) Resposta pessoal.

d) 0,9 ; 0,90 ; 9/10 ; 90 / 100 ; 9 X 10 $^{-1}$.

e) Indica ordenação - o terceiro mês do ano.

f) É menor pois, 42,9% < 50%.

Resolvendo o Problema 3

3.1 a) Os bairros de Pau Brasil ficarão 12 horas sem água.

b) Não. A notícia foi publicada no dia 1º de abril.

c) A falta de água não será no mesmo período, quando for cortada a água no Jacarandá, os serviços da Companhia de Águas e Esgotos, em Pau Brasil, já terá terminado.

d) O tempo de corte de água será o mesmo nos dois municípios.

e)A falta de água atingirá mais pessoas no município de Jacarandá.

3.2

1985	1989	1993	1997	2001
-73º	-77º	-81º	-85º	-89º

3.3

Equipes	*Gols marcados*	*Gols sofridos*	*Total*
Palmeiras	*+ 45*	*- 44*	*1*
São Paulo	*+ 42*	*- 39*	*3*
Santos	*+ 38*	*- 38*	*0*
Flamengo	*+ 37*	*- 39*	*-2*
Portuguesa	*+ 35*	*- 33*	*2*
São Caetano	*+34*	*- 30*	*4*
Grêmio	*+29*	*- 37*	*-8*
Total	**260**	**-260**	**0**

3.4

a) 12 pessoas. Não sobrou bolo. – relação entre um número de partes e o total de partes.

b) 3/4 — quociente de um número inteiro por outro.

c) Esse candidato terá 40% dos votos. — razão.

3.5 b.

3.6 e 3.7 Respostas no texto

3.8

a) 8.704

b) 2.258

c) 22.950

d) 900.112

e) 1.001

f) 1.034.000

g) 5.843

h) 0,060

i) 0,8.

Resolvendo o Problema 4

4.1 Dois bilhões, trezentos milhões, duzentos e cinqüenta mil e seiscentos.

4.2 c) Cinco inteiros e sete centésimos; oito milésimos.

1

1.1 a) Rondônia.

1.2 a) Mato Grosso.

1.3 Não. – resposta pessoal.

2

2.1 d) 6,87 bilhões de habitantes.

2.2 Em 2020 teremos, aproximadamente, 7,64 bilhões de pessoas e, provavelmente, em 2050, teremos 9,5 bilhões de habitantes como fala a notícia.

2.3 Na leitura do texto você deve ter percebido que, se esse dado é real, a cada ano a população mundial é acrescida de 77 milhões de pessoas.

Resolvendo o Problema 5

5.1 Fazendo os cálculos, você deve ter percebido que o gasto diário desse vendedor é de R$612,00 e seu lucro diário é de R$288,00. Isso acontece se ele vender todos os cachorros-quentes que pode fazer com os pães fornecidos pela empresa. Com isso, seu lucro mensal, se ele trabalhar 30 dias no mês, será de R$8.640,00.

5.2 Análise do texto.

5.3 Análise do texto.

Resolvendo o Problema 6

6.1 a) R$49,00.

6.2 c) R$516,00 C.

Orientação final

Para saber se você compreendeu bem o que está apresentado neste capítulo, verifique se está apto a demonstrar que é capaz de:

- Identificar, interpretar e representar os números naturais, inteiros e racionais.
- Construir e aplicar conceitos de números naturais, inteiros e racionais, para explicar fenômenos de qualquer natureza.
- Interpretar informações e operar com números naturais, inteiros e racionais, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.
- Utilizar os números naturais, inteiros e racionais, na construção de argumentos sobre afirmações quantitativas de qualquer natureza.
- Recorrer à compreensão numérica para avaliar propostas de intervenção frente a problemas da realidade.

Capítulo IV

GEOMETRIA: LEITURA E REPRESENTAÇÃO DA REALIDADE

Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

Norma Kerches de Oliveira Rogeri

Capítulo IV

Geometria: leitura e representação da realidade

Apresentação

Certamente você já ouviu falar em Geometria. Mas será que já parou para pensar se a utiliza em seu dia-a-dia? Ou já se perguntou quem teria “inventado” a Geometria?

A Geometria é um dos ramos mais antigos da Matemática e se desenvolveu em função de necessidades humanas. As civilizações da época pré-histórica já utilizavam regras para medir comprimentos, superfícies e volumes. E seus desenhos já continham figuras geométricas.

No antigo Egito, por exemplo, as constantes inundações no vale do rio Nilo fizeram com que se buscassem formas de medir as terras inundadas, para avaliar perdas nas suas plantações. Os egípcios criaram fórmulas destinadas a dar aos agrimensores e aos fiscais de obras modos apropriados de cálculo da superfície do retângulo, e, possivelmente, do triângulo. Obtinham também, com boa aproximação, a superfície do círculo. Tratava-se, porém, de uma geometria essencialmente prática.

A História e a Geometria

Com os gregos a Geometria adquiriu caráter de ciência do espaço. A eles se deve a preocupação em usar definições claras, demonstrar teoremas. Assim, ao lado de uma matemática ligada às necessidades práticas, surgiu uma Geometria com características quase filosóficas.

Dentre os mais conhecidos matemáticos gregos, destacam-se Tales (624-548 a.C.), Pitágoras (560-480 a.C.), Platão (427-348 a.C.) e Aristóteles (384-322 a.C.). Eles deram grandes contribuições à Geometria. Pesquise sobre o assunto. Você vai descobrir coisas muito interessantes.

Geometria, interpretação de fenômenos e linguagem

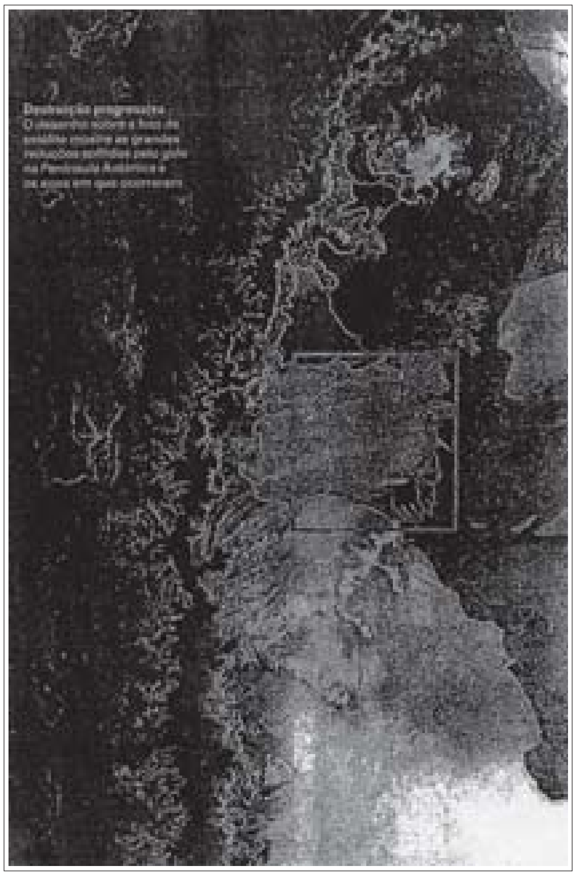
Observe esta foto aérea de uma região:

A foto nos ajuda a ter uma visão mais ampla dessa localidade e da sua organização espacial? Conseguimos perceber elementos que não perceberíamos se estivéssemos num determinado ponto do próprio local?

Você sabia que as fotos aéreas auxiliam no levantamento das informações sobre as paisagens e na construção de mapas geográficos?

Uma câmera colocada na "barriga" de um avião vai tirando sistematicamente fotos de uma região que, montadas posteriormente, servem de base para a construção de vários tipos de mapas. Esses mapas são, na verdade, vistas superiores simplificadas dessas regiões.

Além dessas, existem as fotos tiradas por satélites, extremamente úteis para os meteorologistas, para o controle de queimadas, desmatamento das florestas, etc.



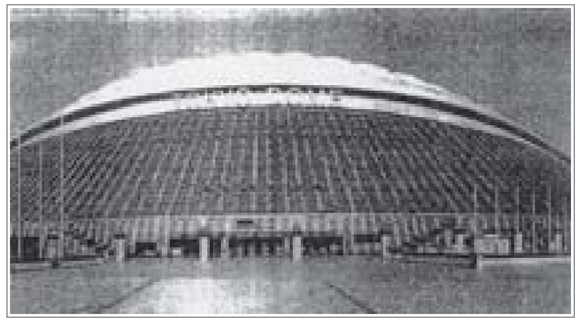
A foto acima mostra as grandes reduções sofridas pelo gelo na Antártida e os anos em que ocorreram. Informações como essas mostram mudanças ambientais provocadas por ações descontroladas do homem.

Para acompanharmos a ação do homem na natureza ou para movimentarmo-nos numa cidade, ou num espaço qualquer, representações como essas são muito úteis, pois nos dão a dimensão do espaço existente e nos orientam.

Nos dias de hoje a geometria, a arte, a ciência e a tecnologia se inter-relacionam, na busca de soluções para muitas questões de sobrevivência e convivência entre os homens.

No Japão, por exemplo, foi feito na construção de um estádio um dos projetos arquitetônicos de aproveitamento de água mais criativos do mundo.

A cobertura, na forma de uma calota semi-esférica, funciona como um reservatório gigantesco para colher água das chuvas, que captada e tratada é usada nos banheiros e no sistema de combate a incêndio do estádio, permitindo, assim, uma economia significativa no abastecimento de água da cidade.

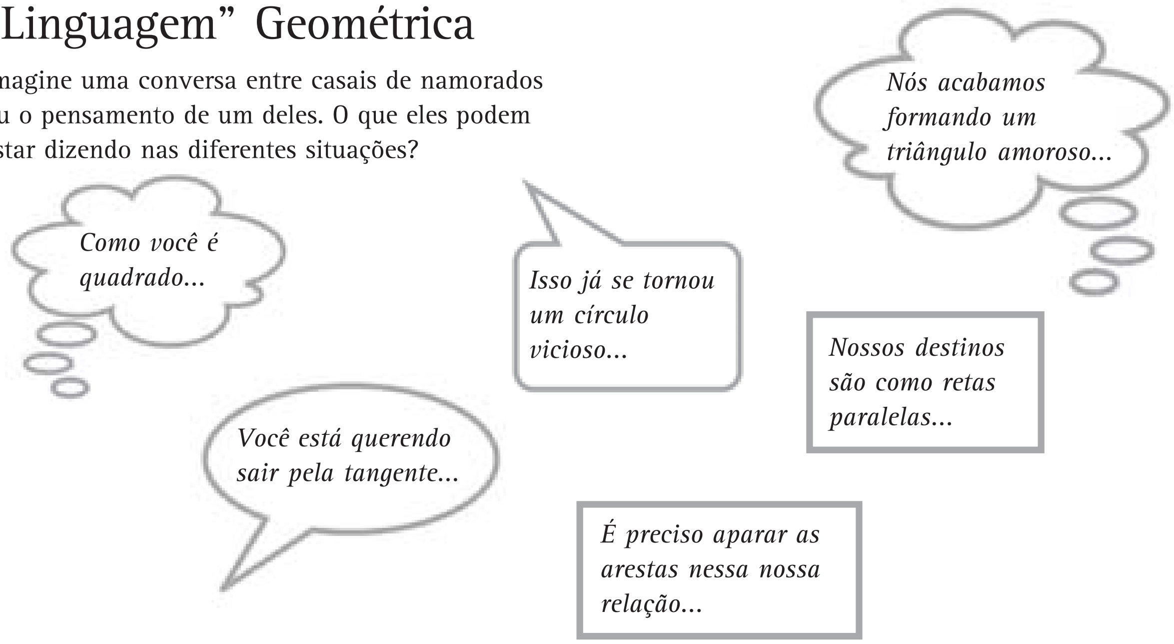


Muitos outros exemplos podem ser observados tanto na natureza como nas construções humanas, que buscam melhor qualidade de vida para a humanidade. Neles, uma série de conceitos e procedimentos geométricos são utilizados.

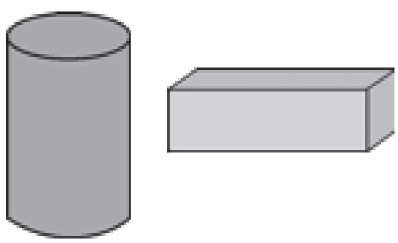
Agora vamos analisar um outro aspecto importante da Geometria que se refere à sua linguagem. Talvez, você ache um pouco estranho falar numa “linguagem” geométrica. Mas é só prestar um pouco de atenção na linguagem usual e logo percebemos a presença das idéias geométricas.

“Linguagem” Geométrica

Imagine uma conversa entre casais de namorados ou o pensamento de um deles. O que eles podem estar dizendo nas diferentes situações?

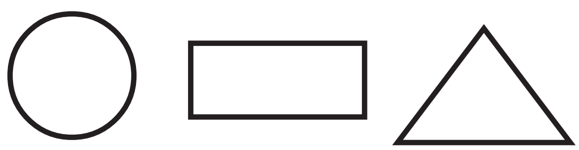


Por outro lado, podemos dizer que há uma “linguagem” geométrica visual, figurativa ... Quando queremos representar uma lata de mantimentos e uma caixa de presentes é muito provável que façamos desenhos como estes:



Essas figuras geométricas são tridimensionais (ou espaciais) e têm denominações especiais: cilindro e paralelepípedo.

Quando queremos representar uma pulseira, a moldura de um quadro ou a estrutura de uma telhado, desenhamos figuras como estas:



Essas figuras geométricas têm denominações especiais: círculo, retângulo e triângulo e são denominadas bidimensionais (ou planas).

Há ainda uma espécie de codificação geométrica para representar, por exemplo:

– que um dado ângulo é reto	A ∟	med(Â) = 90º
– que as retas a e b são paralelas	//	a//b

A Geometria e as atividades do cotidiano

Você já teve a oportunidade de estar em um bairro desconhecido ou em outra cidade, necessitando de informações para chegar a algum lugar específico?

Em geral, as pessoas nos orientam dizendo assim: "caminhe três quadras até...", "...ao chegar ao semáforo, dobre a esquerda e siga nessa rua até chegar a uma praça..."e assim por diante.

Outras vezes, recebemos um mapa com as orientações sobre o percurso que devemos realizar.

Pensando nas ações realizadas durante um trajeto para chegarmos a um lugar desejado, temos que nos deslocar, nos orientar no espaço, usar pontos de referência, avaliar distâncias e cumprir de forma ordenada as instruções que formam o itinerário.

Agora vamos falar de uma idéia básica quando se fala em movimentação no espaço: a idéia de giro.

Resolvendo o Problema

Fique em pé, sem sair do lugar e dê um giro de meia volta para a direita. Em seguida, dê um giro de meia volta para a direita novamente. Represente esses movimentos desenhando-os no papel, como o registro abaixo:

Depois do giro executado, o que aconteceu em relação à posição original?

Olhando para o desenho inicial e para o final, se você desse um único giro, qual seria a instrução para isso?

Se você respondeu um giro de uma volta completa para a direita, acertou.

Desenvolvendo Competências

1

Experimente executar outros giros, desenhando num papel os movimentos realizados e prestando atenção onde você estava olhando antes da instrução e para onde está olhando após executar o movimento solicitado.

- *Giro de um quarto de volta para a esquerda*
- *Giro de três quartos de volta para a esquerda*
- *Giro de um oitavo de volta para a direita*

Após explorar esses giros responda:

- *De quantas meias voltas você necessita para ter uma volta completa?*
- *De quantos giros de um quarto de volta você precisa para ter um meio giro? E um giro completo?*
- *De quantos giros de um oitavo de volta você precisa para ter meia volta?*

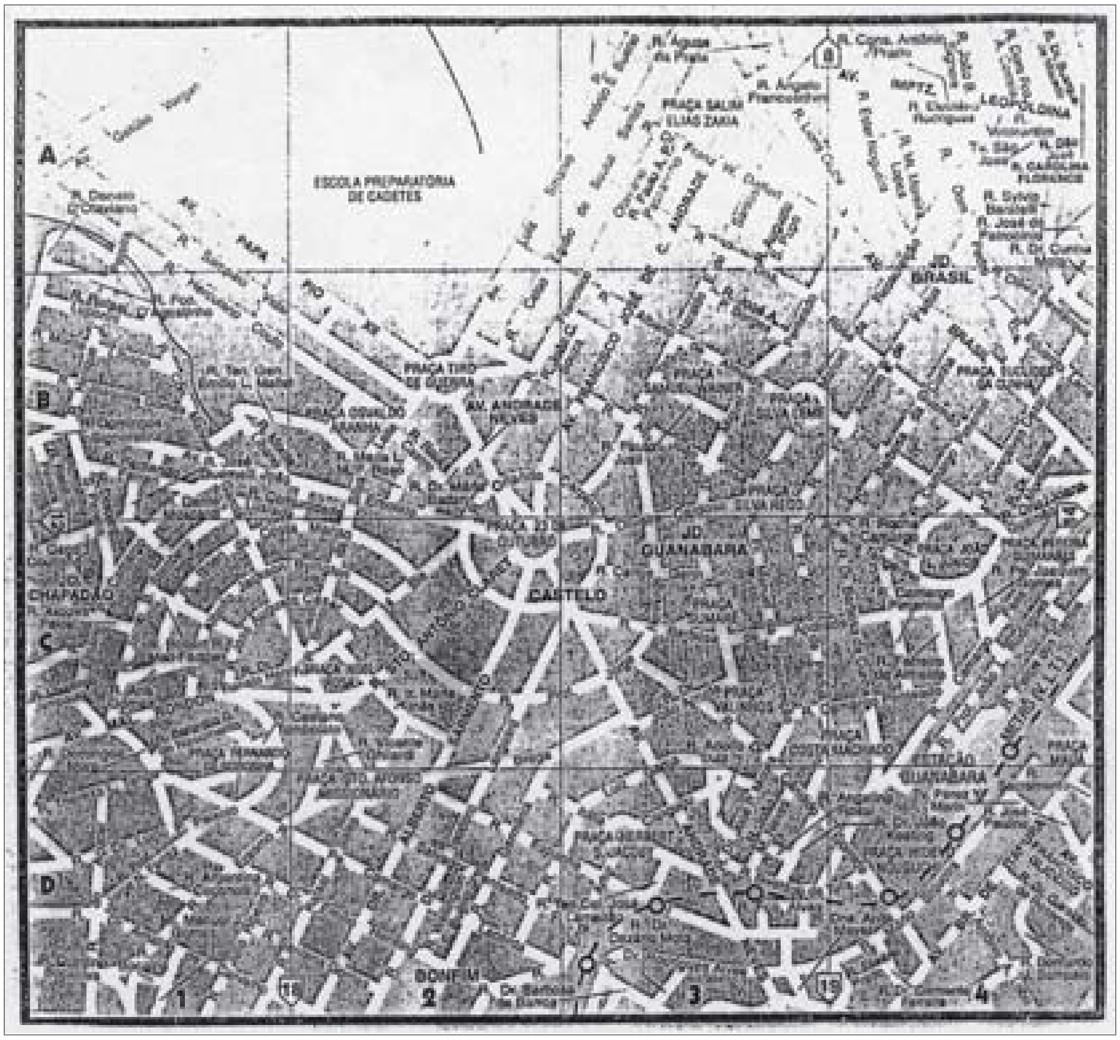
Faça em seu caderno um registro sobre essas atividades.

Agora, vamos analisar uma lista telefônica.

Em geral, ela traz mapas das áreas urbanas das localidades, em bairros, avenidas principais, vias de acesso, além de orientação de como consultar esses mapas.

Se quisermos localizar a Avenida Francisco José de Andrade no mapa abaixo, que instruções você acha que a lista telefônica oferece?

Precisamos de duas informações para localizarmos a rua, que denominamos coordenadas. No caso, (B, 3).



Observe o desenho acima e responda por que aparece a seguinte identificação:

LOGRADOURO	BAIRRO	MAPA
Av. Francisco José de Andrade	Jd. Guanabara	13(B3)

Essas coordenadas compõem um sistema de coordenadas retangulares, conhecido como sistema cartesiano em homenagem ao matemático e filósofo francês, René Descartes (1596 – 1650).

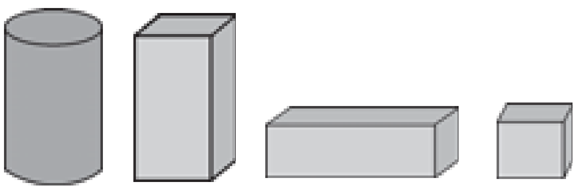
Desenvolvendo Competências

2

I. Observando ainda esse guia, localize, utilizando as coordenadas cartesianas os seguintes endereços: Rua Santo Antônio Claret e Av. Barão de Itapura.

Como você pôde observar, nas situações de localização e de movimentação no espaço, há inúmeros conceitos e procedimentos geométricos. Mas, sem dúvida, o estudo das formas de objetos é também um dos conhecimentos mais aceitos pelas pessoas, em geral, como sendo preocupação da geometria.

Quando você vai ao supermercado fazer compras, já reparou nas embalagens dos produtos?



II. Olhando para as formas dessas embalagens, você observa semelhanças e diferenças entre elas? Descreva algumas.

III. Para perceber algumas características dessas embalagens você pode realizar a seguinte experiência:

a) Coloque sobre uma mesa uma latinha de refrigerante deitada, fazendo com que ela se movimente na mesa.

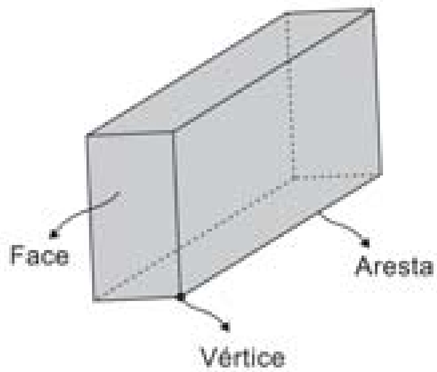
- *O que você percebe com esse movimento?*
- *A lata rola na mesa?*

b) Se você colocar sobre a mesa uma caixa em forma de cubo (parecida com um dado) e tentar girá-la como fez com a latinha:

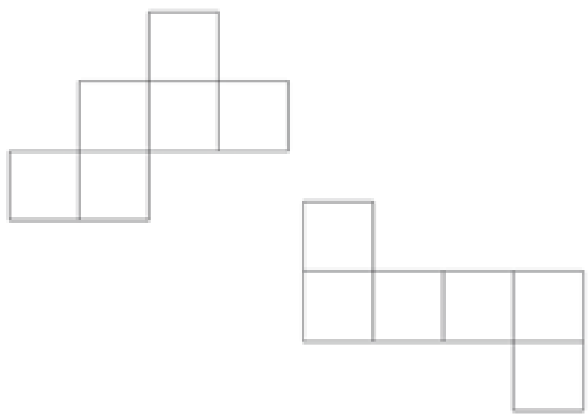
- *O movimento será o mesmo?*
- *Se não, por que você acha que isso aconteceu?*

O formato da latinha e o da caixa são diferentes. Por esse motivo, as formas geométricas que os representam estão incluídas em diferentes categorias. Pesquise o que significam os termos "poliedros" e "corpos redondos".

NUM POLIEDRO PODEMOS
IDENTIFICAR AS FACES,
AS ARESTAS E OS VÉRTICES.



IV. Agora vamos conhecer um pouco mais sobre os cubos, que são um tipo de poliedro. A figura seguinte mostra o desenho de dois cubos desmontados. Escolha um deles, desenhe-o numa cartolina e monte-o novamente.

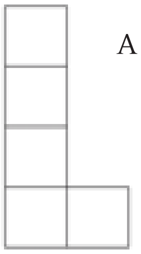


Esses desenhos são chamados de moldes ou planificações de um cubo. Mas será que existem apenas duas planificações de cubo? Ou existem outras?

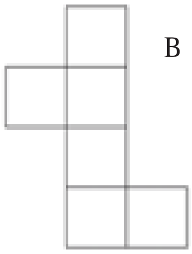
V. Recorte numa folha seis quadrados iguais e, usando uma fita adesiva, una os lados dos quadrados, montando um molde de cubo. Faça um desenho de seu molde. Quantas planificações diferentes você conseguiu formar?

VI. Identifique quais das planificações desenhadas abaixo são moldes de um cubo.

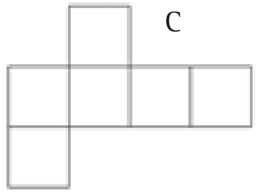
A



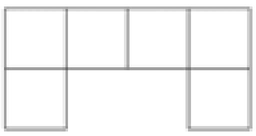
B



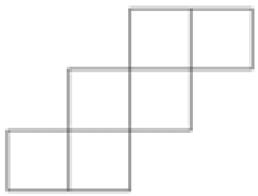
C



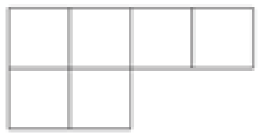
D



E



F



VII. Na figura, temos a planificação de um cubo: Imagine que o cubo tenha sido montado.

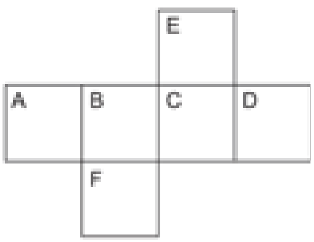
A face oposta à face D é a face:

a) A

b) B

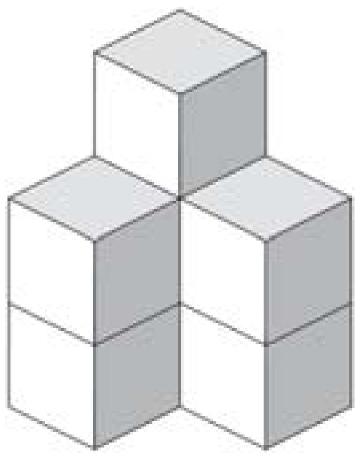
c) F

d) E



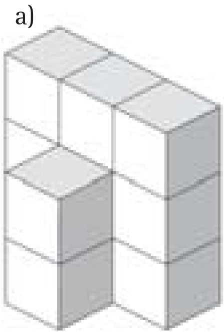
Os cubos são figuras fáceis de ser empilhadas, pois todas as suas faces são planas. Quantos cubos foram utilizados para se obter o empilhamento representado na figura ao lado?

Se você respondeu 7, acertou.

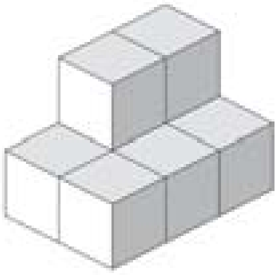


VIII. Agora descubra quantos cubos existem em cada empilhamento abaixo.

a)



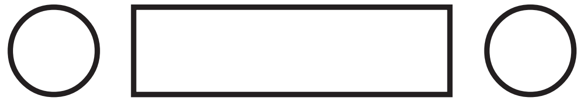
b)



IX. Imagine uma embalagem cilíndrica como, por exemplo, uma latinha de ervilha. Elas podem ser empilhadas de qualquer maneira?

X. Desenhe uma planificação de uma embalagem cilíndrica, imaginando que tiramos o fundo e a tampa da lata e abrimos lateralmente.

XI. Você sabe o nome das figuras planas que compõem essa planificação?

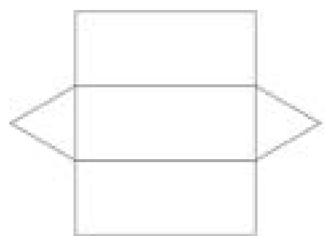


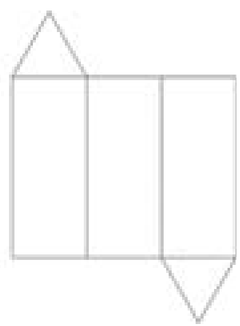
XII. Você já notou, nas ruas de sua cidade, ou ao assistir a um jogo de futebol pela televisão, que algumas propagandas, ficam girando e apresentam três anúncios diferentes em um mesmo espaço? Como elas são montadas?

Você sabe quais sólidos podem ser utilizados na confecção desse painel?

No caso acima, foram utilizados poliedros chamados prismas de base triangular. Você conhece algum chocolate com esse tipo de embalagem?

Para construí-los, use uma das planificações desenhadas ao lado.





Resolvendo o Problema

Todas elas são planificações desse sólido? Para verificar, use o mesmo procedimento empregado no trabalho anterior com os cubos. Isto é, desenhe numa cartolina, recorte e monte a figura.

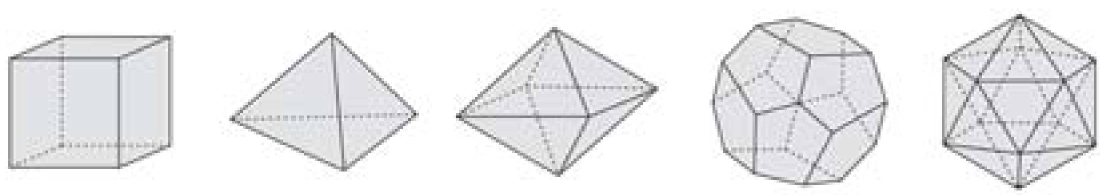
Que polígonos formam esse novo sólido?

São retângulos e triângulos.

Observe que, para utilizar esses sólidos na montagem do painel de propaganda, os cartazes são recortados e colados nas faces retangulares dos sólidos, que são presos e giram ao mesmo tempo em torno de um eixo que passa pelo centro das faces triangulares, como mostra a figura abaixo.

Será que as pessoas que montam esses painéis poderiam usar outros sólidos como, por exemplo, paralelepípedos? Pense sobre isso.

Você sabia que o cubo, o tetraedro, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro são poliedros regulares e chamados Poliedros de Platão?



CUBO TETRAEDRO OCTAEDRO DODECAEDRO ICOSAEDRO

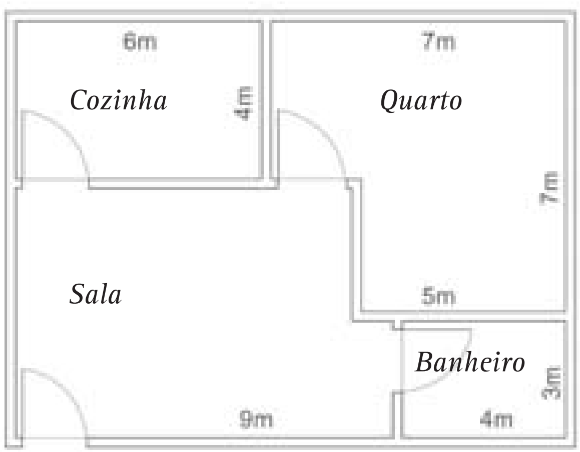
Interpretar informações e aplicar estratégias geométricas na solução de problemas do cotidiano

Na página 79, falamos da importância das chamadas vistas superiores. Podíamos, então, nos perguntar se elas são usadas na solução de problemas comuns das pessoas. O que você pensa a esse respeito?

Sabemos que um pedreiro pode executar o projeto de construção de uma casa, seguindo as informações contidas na planta baixa.

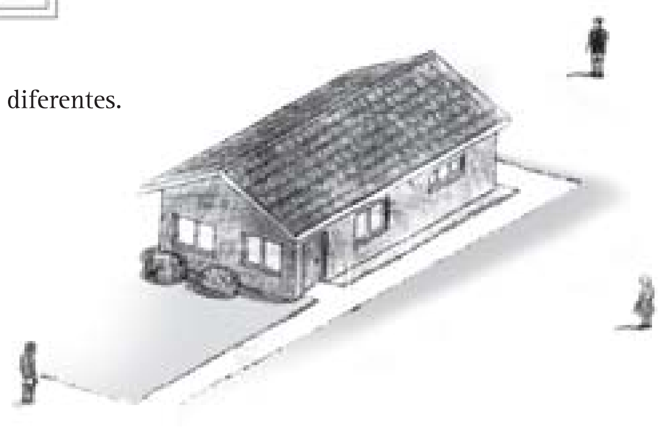
Resolvendo o Problema

Escreva um pequeno texto descrevendo como será a casa construída a partir desta planta baixa:



Agora analise esta situação:

Três pessoas olham para essa casa de posições diferentes.

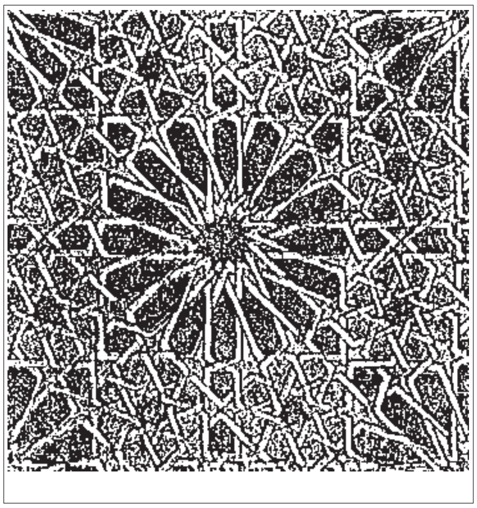


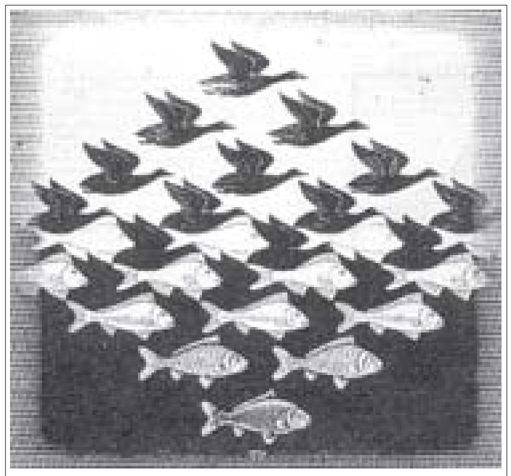
a) O que você observa a respeito da visão que cada uma delas tem da casa?

b) A visão é a mesma para os três observadores?

c) Identifique nos desenhos abaixo a posição de cada observador.

Observe as figuras abaixo:



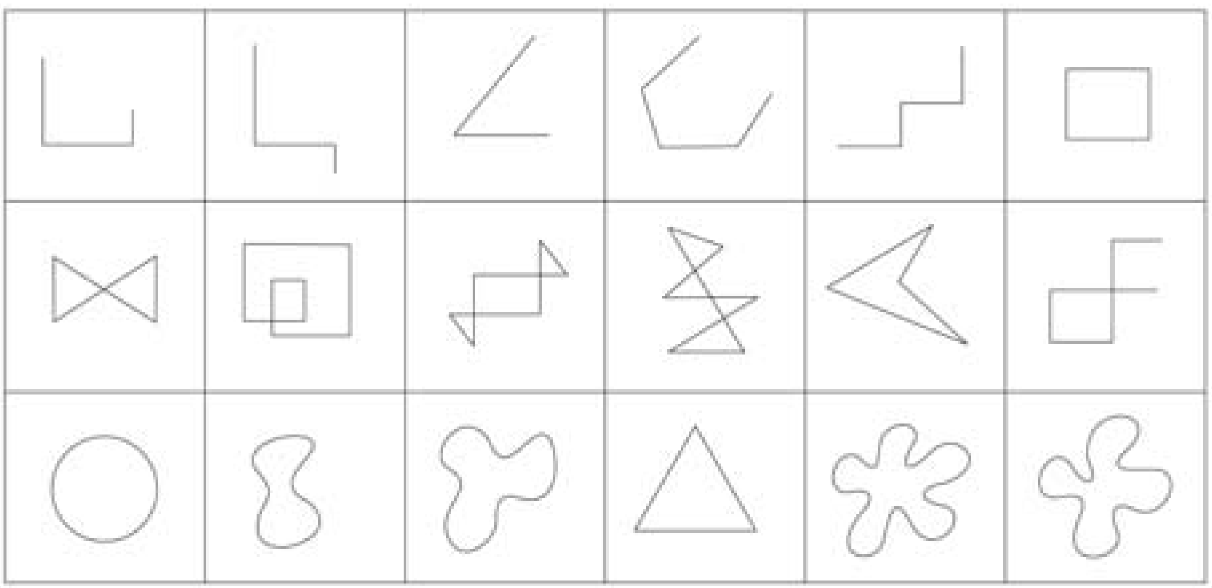


M. C. Escher. Céu e água I, xilografia, 1938.

Procure descrever essas figuras com suas próprias palavras, salientando o que lhe chama mais atenção. A beleza e a harmonia estão presentes?

Como o autor explora os conceitos geométricos para criar obras como essas? Como trabalha com composição de figuras?

Assinale em cada linha horizontal, do quadro abaixo, a figura diferente.



Quais figuras você assinalou? O que elas têm em comum?

Observe as que são fechadas, formadas por segmentos de reta e que não se cruzam. Tais figuras são chamadas de polígonos e recebem nomes especiais a depender de suas características.

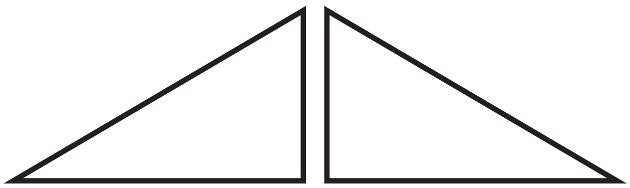
Se considerarmos o número de lados de um polígono, podemos estabelecer uma classificação e nomeá-los. Vejamos alguns exemplos:

Polígono de 3 lados	Triângulos
Polígono de 4 lados	Quadriláteros
Polígono de 5 lados	Pentágonos
Polígono de 6 lados	Hexágonos

Os triângulos são polígonos muito especiais. Responda às duas questões abaixo e descubra por que.

Será possível, usando apenas triângulos, compor outros polígonos?

Vamos tentar? Desenhe numa folha os triângulos abaixo, recorte-os e junte-os de diferentes maneiras possíveis, para verificar quantos polígonos diferentes você consegue formar. Desenhe as composições obtidas em seu caderno.



Você já viu fotos como essas? Por que será que nessas estruturas aparecem triângulos?

Vamos verificar...

Para isso, construa com palitos de sorvete e tachinhas um triângulo e um quadrilátero qualquer.

Compare as duas construções tentando mover as figuras. O que você percebe ao movimentar os palitos do quadrilátero? Você consegue o mesmo com o triângulo? É possível mover o seu triângulo, sem quebrar o palito de sorvete ou despregar as tachinhas? Por quê?

O triângulo não se deforma, ele é rígido. O quadrilátero se deformou porque não tem essa rigidez. Você percebe agora por que os triângulos são usados com tanta freqüência nas construções?

E agora, você concorda com a afirmação de que os triângulos são polígonos muito especiais? Então saiba mais sobre eles:

- *Dependendo das medidas de seus lados, um triângulo pode ser equilátero, isósceles ou escaleno. O triângulo eqüilátero possui os três lados de mesma medida, o isósceles possui dois lados de mesma medida e o escaleno não possui lados de mesma medida.*
- *Há uma relação métrica muito interessante entre as medidas do lado de um triângulo: cada lado tem que ter medida menor que a soma das medidas dos outros dois lados.*
- *Uma propriedade fantástica dos triângulos é a chamada rigidez triangular: um triângulo jamais se deforma, enquanto uma figura de 4 ou mais lados não é rígida.*
- *Outra propriedade métrica importante dos triângulos é que, qualquer que seja o triângulo que você considerar, a soma das medidas de seus ângulos internos é sempre a mesma: 180 graus.*
- *Os triângulos são figuras geométricas importantes porque geram as demais figuras. Um quadrilátero pode sempre ser decomposto em, no mínimo, 2 triângulos. Um pentágono pode sempre ser decomposto em, no mínimo, 3 triângulos. E assim por diante.*

Desenvolvendo Competências

3

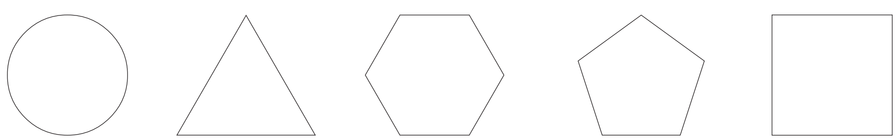
I. Sabendo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º e que um pentágono pode ser decomposto em triângulos, qual é a soma das medidas dos ângulos internos do pentágono?

a) 720º b) 900º c) 180º d) 540º

II. Repetindo o raciocínio utilizado no teste anterior, você pode verificar qual é soma dos ângulos internos de um polígono de seis lados? E de sete lados? E de um polígono qualquer?

III. Você já foi a uma loja de material de construção comprar ladrilhos ou pisos? Observou que formatos eles têm?

Imagine que numa loja estivessem expostos ladrilhos como estes:



IV. Agora responda:

a) Você conseguiria recobrir a superfície de uma parede com qualquer uma das formas?

b) O que houve ao usar somente os círculos? Todos os espaços foram preenchidos? Por quê?

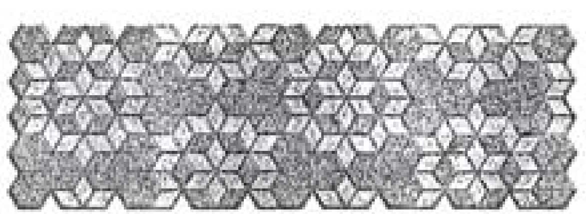
c) E no caso das outras figuras?

Observe que algumas figuras se encaixam perfeitamente quando colocadas lado a lado, pois a soma dos respectivos ângulos internos é igual a 360º. Usando um transferidor e medindo os ângulos internos desses polígonos, confirme essa afirmação.

360º

1. Em relação aos pentágonos, por que não se encaixam?

Além da escolha adequada das figuras para um ladrilhamento, existe a importância relacionada à estética e à beleza. Quando olhamos o piso de vários ambientes percebemos a composição harmoniosa dessas figuras.



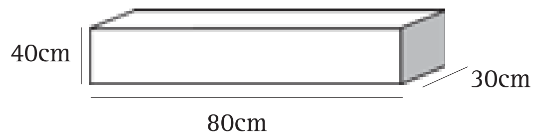
A essa composição podemos chamar de mosaico.

Você já viu desenhos desse tipo em algum lugar?

Em geral eles aparecem nos pisos, nas paredes, nas calçadas de ruas, nas igrejas, etc.

2. Você sabia que a água ao ser congelada aumenta em 1/15 o seu volume original? Por exemplo, se quisermos obter um bloco de gelo de volume 1 litro, ou seja 1.000 ml, precisaremos colocar aproximadamente 934 ml de água para congelar. Só para entendermos melhor, se tivermos um copo de aproximadamente 250 ml, basta colocarmos 3 copos cheios, e, aproximadamente, 3/4 de outro copo de água para congelar, que obteremos 1 litro de gelo.

Sabendo dessas informações, uma fábrica de blocos de gelo utilizados em grandes festas, precisa produzir 100 blocos com as medidas de 80cm, 30cm e 40cm cada um, como mostra a figura.



Qual deve ser o volume de água a ser congelado para se obter um bloco de gelo?

Temos: volume do bloco (V) = área da base (A) x altura (H), pois esse bloco, como vimos na figura, tem a forma de um paralelepípedo.

$$V = A \times H = (80 \times 30) \times 40 = 96000 \text{ cm}^3$$

Lembrando que 1 litro possui 1000 ml e que cada ml corresponde a 1cm^3, temos aqui 96 litros. Esse valor corresponde ao volume do bloco de gelo. Quantos litros de água foram colocados então para congelar?

Como o volume é aumentado de 1/15 depois de congelado, podemos verificar que, se tivermos um volume de água (Va) + 1/15 desse volume (Va), teremos 96 litros de gelo, portanto o volume de água deverá ser de 90 litros.

Acompanhe os cálculos que mostram essa resposta:

$$V = Va + \frac{1}{15}.Va \blacktriangleright 96 = 16/15\ Va \blacktriangleright Va = 90 \text{ litros}$$

A fábrica precisará de 9.000 litros de água para produzir os 100 blocos de gelo solicitados. Bastante, não?

3. O proprietário de uma casa em construção foi comprar azulejos para sua cozinha, que possui 3m de comprimento, 2m de largura e 2,80m de altura, sendo que as portas e janelas ocupam uma área de $4m^2$. Para azulejar as 4 paredes, o pedreiro aconselhou a compra de 10% a mais de metragem a ladrilhar. Qual a metragem de ladrilhos que o proprietário comprou?

a) $24m^2$ b) $26{,}40m^2$ c) $28m^2$ d)$29{,}40m^2$

4. Um pedreiro precisa cimentar um quintal retangular com 10m de largura e 14m de comprimento. O revestimento será feito com uma mistura de areia e cimento de 5cm de espessura. Qual é o volume da mistura que o pedreiro utilizará nesse revestimento?

a) $700m^3$

b) $50m^3$

c) $7m^3$

d) $6m^3$

Argumentar, usando conhecimentos geométricos

Resolvendo o Problema

Vamos fazer uma proposta a você. Escolha a alternativa que considera correta nos testes abaixo e encontre argumentos para justificar suas escolhas.

Se considerar necessário, consulte livros para tirar suas dúvidas.

Um paralelogramo é um quadrilátero que tem dois pares de lados paralelos. A única propriedade que um paralelogramo **não satisfaz** é:

a) os lados opostos têm a mesma medida.

b) dois ângulos opostos têm a mesma medida.

c) ângulos consecutivos somam, juntos, 180 graus.

d) as diagonais não se cortam no meio.

O retângulo é um paralelogramo que tem ângulos retos. A única propriedade que um retângulo **não satisfaz** é:

a) as diagonais de um retângulo se cortam no meio.

b) as diagonais de um retângulo têm a mesma medida.

c) as diagonais nem sempre são perpendiculares.

d) o quadrado é um retângulo particular.

O losango é um paralelogramo em que todos os lados têm o mesmo tamanho. A única propriedade que um losango **não satisfaz** é:

a) as diagonais são perpendiculares.

b) as diagonais se cortam no meio.

c) o quadrado é um losango particular.

d) as diagonais de um losango têm a mesma medida.

3) b.

4) c.

“Economizando” no formato

Uma indústria de leite precisa produzir 1.000 caixas de 1 litro de leite do tipo longa vida. Uma das pessoas responsáveis pela fabricação sugeriu que o formato das caixas fosse um cubo com arestas medindo 10cm, pois assim teria como transportá-las com um empilhamento maior, devido à maior resistência de suas faces.

Porém, durante o desenvolvimento dessas embalagens, percebeu-se que, com essas medidas, haveria um problema de adequação em relação ao espaço das prateleiras nas portas das geladeiras. Com isso foi necessário rever o formato dessa embalagem. Sugeriu-se então o formato de um paralelepípedo de base quadrada, com as seguintes medidas: arestas da base de 7cm e altura do paralelepípedo 20cm.

Será que, além da vantagem dessa embalagem poder ser guardada na porta da geladeira, ela também é a mais econômica para o fabricante? A quantidade de material utilizada na confecção do paralelepípedo é menor que a utilizada na confecção do cubo?

Como você resolveria esse problema?

Lembre-se das planificações do cubo e da idéia de área. Isso pode ajudar você a resolver essa situação?

Você se lembra como calcular a área de um quadrado de lado l?

(Área = l^2)

Como a planificação do cubo é formada por seis quadrados e cada quadrado tem lado medindo 10 cm, temos que a área total é:

$A = 6 \times 10^2 = 600cm^2$

Na embalagem com formato de paralelepípedo, temos:

A área de dois quadrados: $2 \times 49 = 98$ cm^2.

A área de um retângulo: $7 \times 20 = 140$ cm^2.

Como na planificação do paralelepípedo temos 4 retângulos, a área lateral é igual a 560 cm^2.

Portanto, a área total da superfície do paralelepípedo é de 658 cm^2.

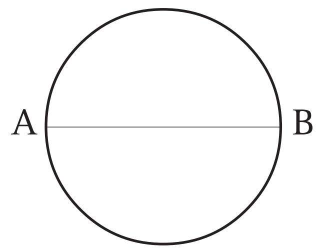
Comparando a área total da superfície do cubo e a área total da superfície do paralelepípedo, o que você conclui?

A do paralelepípedo é maior e, portanto, gasta-se mais material na sua confecção e com isso o seu custo é maior. Porém, a indústria optou por essa embalagem, mesmo mais cara, pois estaria satisfazendo as necessidades de seus clientes e talvez conseguindo uma venda maior.

“Bordando” a Geometria

Numa pequena cidade, uma bordadeira faz toalhas de crochê para vender.

Para uma toalha circular com 1 metro de diâmetro, ela utilizou 4 novelos de linha. Você sabe o que é diâmetro? Basta dobrar a toalha ao meio, como mostra a figura abaixo,



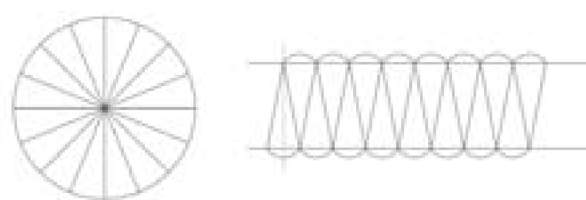
A distância entre os pontos A e B, passando pelo centro, é chamada de diâmetro do círculo.

Uma pessoa encomendou 1 toalha como essa, com um metro e meio de diâmetro. Como o preço da linha estava em promoção, a bordadeira quis comprar todos os novelos necessários e adquiriu 6 novelos. Será que ela estava certa? Como calcular quantos novelos serão necessários para a nova toalha?

Que conceitos geométricos são importantes para auxiliar na resolução desse problema?

Vejamos:

A toalha na forma de círculo possui uma área, que é calculada assim:



Dividimos o círculo em vários setores circulares, montando uma figura que se aproxima de um “paralelogramo”. A base desse paralelogramo passa a ser aproximadamente a metade do comprimento da circunferência (□r). E a altura do “paralelogramo” aproxima-se do raio do círculo. Assim, a área do circulo é aproximadamente a área do “paralelogramo”.

$A_{\text{círculo}} = \square r^2$

(r é a metade do diâmetro (d) e □ é um número que vale aproximadamente 3,14).

Se o diâmetro vale 1 metro, o raio vale meio metro (0,50m), então a área vale $A=3{,}14 \cdot (0{,}50)^2 = 0{,}785m^2$.

E a toalha nova, quantos m^2 terá?
$A = 3{,}14 \cdot (0{,}75)^2 = 1{,}766m^2$.

Se para fazer a toalha com 1m de diâmetro, e com área de $0{,}80m^2$, aproximadamente foram gastos 4 novelos, a bordadeira acertou em comprar 6 novelos para fazer a nova toalha?

A bordadeira também faz toalhas retangulares (caminhos de mesa) e gasta 3 novelos para confeccionar uma toalha com as seguintes medidas: 0,5m x 1,20m. Quanto ela gastará de novelos para fazer uma nova toalha com 0,70m x 1,40m?

Avaliar propostas para solucionar problemas, usando conhecimentos geométricos

Você sabia que, no Brasil, 17 milhões de pneus são jogados fora todo ano, causando graves danos ambientais, pois eles acabam nos rios ou empilhados a céu aberto?

É evidente que a busca da solução desse problema é fundamental, porque, quando os pneus são jogados nos rios, provocam acúmulos de entulhos, prejudicando o escoamento das águas e, conseqüentemente, ocorrem as grandes enchentes. E, quando acumulados a céu aberto, podem favorecer a proliferação do mosquito da dengue.

Dois pesquisadores da Unicamp criaram uma solução para o problema: uma máquina que transforma pneus velhos em óleo combustível para indústria e em matéria-prima para a fabricação de PVC (plásticos).

O processo inicia-se com os pneus sendo picados e derretidos. O produto final é armazenado em dois tanques cilíndricos. Imagine que os pneus picados sejam armazenados em um tanque também cilíndrico à espera da continuidade do processo de produção. A quantidade de pneus picados corresponde a um volume de 15 m^3. O tanque tem as seguintes medidas: 2 metros de diâmetro na base e 4 metros de altura.

Você acha que essa quantidade de pneus picados cabe nesse reservatório cilíndrico? Vamos verificar?

Desenvolvendo Competências

4

O volume do cilindro é calculado multiplicando-se a área da base pela sua altura.

Como já vimos anteriormente, a área do círculo é igual a □.r^2, portanto, quanto vale a área da base desse tanque? E qual seu volume?

Área da base = $3,14 \times 1^2 = 3,14\ m^2$

Volume do tanque = $3,14 \times 4 = 12,56\ m^3$

Com esses cálculos percebemos que o tanque não tem capacidade para receber a quantidade de pneus picados, portanto precisa-se de mais um tanque.

I. Se um novo tanque pudesse ser fabricado para sozinho armazenar esse volume de pneus, quais deveriam ser, aproximadamente, as suas medidas?

II. Um engenheiro deseja projetar uma lata cilíndrica para leite condensado que tenha um volume de 400 cm^3. Se a altura da lata cilíndrica é 8 cm, a medida do raio da base deverá ser (em cm) de aproximadamente:

(Suponha que □ = 3,1)

a) 4,0 b) 3,5 c) 3,0 d) 2,8

Sabemos que, em nosso país, muitas pessoas vivem aglomeradas em favelas onde, muitas vezes, não há ruas, nem esgotos e nem condições mínimas de sobrevivência.

Algumas prefeituras, através de departamentos de urbanização e também de assistência social, têm investido em melhorias na qualidade de vida desses moradores.

Para a urbanização de uma favela, uma prefeitura montou um projeto para melhor aproveitamento de um certo espaço. Nesse espaço, seriam utilizados terrenos retangulares com área de 50 m^2 cada um. Quais seriam as melhores medidas desses terrenos para que a área utilizada seja a maior possível?

Por exemplo, um terreno com 2m de frente e 25m de fundo, seria uma boa opção para construção de uma casa? Reflita sobre isso e pense em outras possibilidades de medidas do terreno, mantendo essa área, mas que permita melhores condições de moradia.

Para você, quais seriam as medidas ideais?

Conferindo seu Conhecimento

2

I. *Rua Santo Antonio Claret (C, 2),*

Av. Barão de Itapura (D, 4).

VI. *B*, C e *E*

VII *b.*

VIII *a) 11*

b) 8

3

I. *d.*

II. *Polígonos: 6 lados, S = 720º*

7 lados, S = 900º

n lados, S = (n – 2) 180º

4

I. *Resolva em seu caderno*

II. *a.*

Orientação final

Para saber se você compreendeu bem o que está apresentado neste capítulo, verifique se está apto a demonstrar que é capaz de:

- Identificar e interpretar fenômenos de qualquer natureza expressos em linguagem geométrica.
- Construir e identificar conceitos geométricos no contexto da atividade cotidiana.
- Interpretar informações e aplicar estratégias geométricas na solução de problemas do cotidiano.
- Utilizar conceitos geométricos na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.
- Recorrer a conceitos geométricos para avaliar propostas de intervenção sobre problemas do cotidiano.

Capítulo V

AS MEDIDAS E A COMPREENSÃO DA REALIDADE

CONSTRUIR E AMPLIAR NOÇÕES DE GRANDEZAS E MEDIDAS PARA A COMPREENSÃO DA REALIDADE E A SOLUÇÃO DE PROBLEMAS DO COTIDIANO.

Dulce Satiko Onaga

Capítulo V

As medidas e a compreensão da realidade

Apresentação

Muitos dos fatos com os quais convivemos ou podemos observar no dia-a-dia, envolvem medidas e grandezas. Elas nos dão informações sobre as distâncias que percorremos, o tamanho da nossa casa, a capacidade da nossa caixa d'água, a quantidade de alimentos de que necessitamos, o nosso gasto com energia elétrica, a organização do nosso tempo e outras coisas mais.

A necessidade de medir é muito antiga. Depois que os homens foram deixando de ser apenas caçadores e coletores de alimentos, foram se fixando no solo como agricultores. Deixaram gradativamente a vida nômade e tornaram-se, aos poucos, mais sedentários.

Os egípcios antigos, por exemplo, cultivavam as terras nas margens do rio Nilo. Essas terras eram demarcadas de acordo com cada grupo de agricultores. As cheias do rio, entretanto, destruíam essas demarcações, o que os obrigava a refazê-las todos os anos.

Para usar essas terras, os agricultores pagavam impostos ao faraó. Hoje pagamos IPTU (Imposto Predial e Territorial Urbano), imposto que a Prefeitura da maioria das grandes cidades recolhe dos contribuintes que possuem um imóvel ou terreno no município.

No início, é possível, que as pessoas apenas comparassem grandezas. Quando pensaram em construir suas casas, fazer suas plantações, armazenar seus produtos, controlar sua produção, eles se depararam com problemas de medidas. Para resolver problemas que envolviam comprimentos, criaram unidades de medidas que, em geral, eram provenientes do tamanho das partes do corpo do governante de cada país.

Antigamente...

Há mais de 4.000 anos, os egípcios usavam o cúbito para medir comprimentos. Um cúbito era igual ao comprimento do cotovelo até a ponta do dedo médio do faraó.

Como as unidades não eram comuns a todos, foram surgindo dificuldades, principalmente nas trocas comerciais. Começou-se então a busca por uma padronização de unidades, o que caracterizou o desenvolvimento da noção de medir.

Até hoje ainda utilizamos partes de nosso corpo para medir quando não dispomos de outros instrumentos.

No entanto, quando medimos usando unidades não padronizadas (como as partes de nosso corpo), há variações de uma pessoa para outra, o que traz problemas de comunicação. Para que haja concordância, é necessário estabelecer padrões de medida que tenham o mesmo significado para todas as pessoas, ou seja, utilizar uma notação convencional de medidas.

Você quer saber mais sobre outras unidades de medida que foram usadas ao longo da História da humanidade e sobre as unidades mais utilizadas no seu dia-a-dia? Pesquise em livros de História da Matemática, livros didáticos para o Ensino Fundamental ou enciclopédias que você tem em casa ou disponíveis numa biblioteca.

Problemas de comunicação

Saber ler, interpretar e escrever corretamente diferentes tipos de medições é muito importante no processo de comunicação que ocorre em relações sociais e comerciais.

Na discussão entre os dois caminhoneiros, quem você acha que está com a razão? Quando João disse que a corda media 20 palmos e Tião rebateu, dizendo que eram 22 palmos, quais foram as unidades de medida que eles usaram?

Explique por que eles obtiveram medidas diferentes.

Como você pode perceber, para que possamos nos comunicar é necessário estabelecer unidades de medida que tenham o mesmo significado para todas as pessoas. Nessa situação, usando o palmo do João como unidade de medida, obtivemos 20 palmos. E usando o palmo do Tião como unidade de medida obtivemos 22 palmos. Eles não encontraram a mesma medida porque seus palmos têm tamanhos diferentes.

Um amigo dos dois caminhoneiros que passava pelo local resolveu a situação. Esse amigo usou uma barra de ferro de 40 cm e verificou que o comprimento da barra coube 11 vezes no comprimento da corda.

Com base nessas informações, nas questões a seguir, assinale as opções corretas.

1. A unidade de medida usada pelo amigo dos dois caminhoneiros foi:

a) o centímetro.
b) a barra de ferro.
c) o palmo do Tião.
d) o palmo do João.

Resposta ao pé da página.

1) Resposta (b)

2. O comprimento da corda em centímetros é:

a) 11cm.
b) 40cm.
c) 400cm.
d) 440cm.

3. Pode-se afirmar que:

a) o palmo de João mede 22 cm e o de Tião mede 20 cm.
b) o palmo de João mede 20 cm e o de Tião mede 22 cm.
c) o palmo de João mede 20 cm e o de Tião mede 40 cm.
d) o palmo de João mede 40 cm e o de Tião mede 20 cm.

Resposta ao pé da página.

4. Imagine que Tião vai utilizar um pedaço de corda para medir o comprimento de seu caminhão e que João vai usar seus passos. Você pode dizer, com certeza, que eles encontrarão a mesma medida? Por quê?

Medir é uma ação que tem origem nas atividades comuns das pessoas. Medir grandezas tem como conseqüência quantificar muitas ações que nos rodeiam.

Para efetuarmos uma medição, ou mensuração, escolhemos uma unidade de medida, de mesma natureza, que a grandeza que queremos medir e a comparamos com aquilo que se deseja mensurar.

Uma medida é sempre expressa por meio de um número. Por exemplo, quando afirmamos que a medida de comprimento da sala é de 12 passos, o número 12 representa o número de vezes que o comprimento do passo cabe no comprimento da sala. Ou seja, tomando um passo como unidade de medida, o comprimento da sala é 12.

Dos sistemas de medidas que existem, utilizamos o **Sistema Internacional de Unidades** (SI), estabelecido pelo Bureau Internacional de Pesos e Medidas, obrigatório no Brasil desde 1962.

Nesse sistema (SI):

- a unidade padrão escolhida para medir comprimento é o metro e seu símbolo é m. Também utilizamos outras unidades de medida derivadas do metro. As mais comuns são:
  quilômetro – km
  centímetro – cm
  milímetro – mm
- a unidade padrão escolhida para medir massa é o quilograma e seu símbolo é kg. Outras unidades utilizadas são:
  miligrama – mg
  grama – g
  tonelada – t
- a unidade padrão escolhida para medir superfície é o metro quadrado e seu símbolo é m^2. Outras unidades de medida, derivadas do metro quadrado, usadas:
  milimetro quadrado – mm^2
  quilômetro quadrado – Km^2
- a unidade padrão escolhida para medir volume de um sólido és o metro cúbico e seu símbolo é m^3. Além dessa unidade, também utilizamos o decímetro cúbico – dm^3.

  Também usamos o litro como unidade padrão para medir volume ou capacidade de um recipiente. Outra unidade derivada do litro freqüente é o mililitro – ml.
- para medir tempo, as unidades mais utilizadas são: hora, minuto e segundo.

Muitas vezes conseguimos, por exemplo, estimar o nosso peso, a velocidade do ônibus em que estamos viajando e o tempo para chegar em casa sem precisar de algum instrumento especial. No entanto, no exercício de algumas profissões, a precisão nas medidas é muito necessária para que não aconteçam erros na comunicação de resultados.

2) Resposta (d).
3) Resposta (a).
4) Não, porque o pedaço de corda que Tião utilizou e um passo de João podem ter tamanhos diferentes.

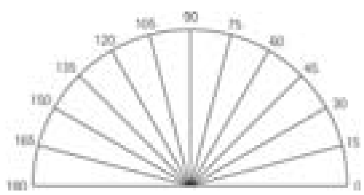
5. Você utiliza instrumentos de medida em sua profissão ou no seu cotidiano? Quais?

6. Descreva algum instrumento de medida que você conheça.

7. O que poderia acontecer a um paciente se um técnico de laboratório não medisse de forma precisa a dosagem de um remédio?

8. Escreva um breve comentário sobre os versos do poeta português Fernando Pessoa, incluídos na música Argonautas, cantada por Caetano Veloso: "navegar é preciso, viver não é preciso".

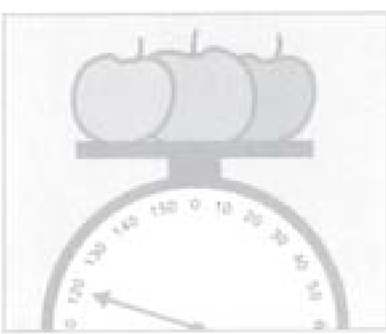
Em muitas situações, para medir com certa precisão é conveniente usar instrumentos apropriados. Todos os instrumentos de medida devem possuir uma graduação, ou um mostrador (analógico ou digital), para que possamos realizar uma leitura a respeito daquilo que está sendo mensurado.


transferidor

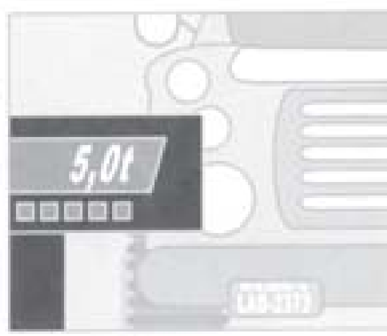
balança

rádio relógio

9. Escreva, usando a notação convencional, o peso dos objetos representados nas ilustrações seguintes:


Balança doméstica

Balança de armazém



Balança digital

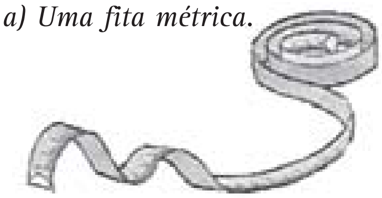
9) 120g; 2,4kg; 5t.

Desenvolvendo Competências

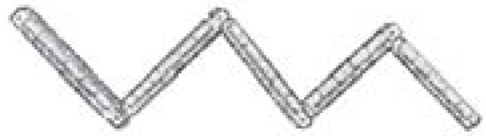
1

I. Que tipo de profissionais utilizam os instrumentos seguintes?

a) Uma fita métrica.

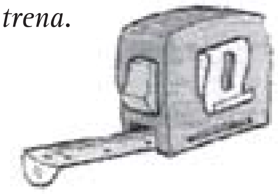


b) Um "metro" articulado.



c) Um "metro" de madeira.

d) Uma trena.

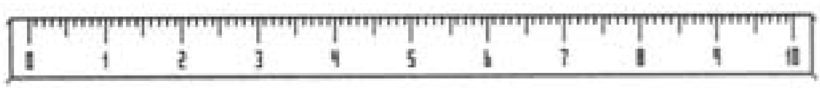


II. As unidades de medida que geralmente aparecem nesses instrumentos são o metro e o centímetro.

Descreva uma situação em que o instrumento usado para medição é:

a) uma fita métrica.
b) uma trena.
c) um metro de madeira.

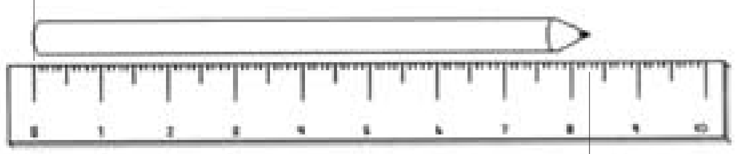
III. Quando os comprimentos são pequenos, usamos uma régua. Que pessoas usam esse tipo de instrumento no seu dia-a-dia?



Observe a régua da figura: o intervalo entre o número 0 e número 10 está dividido em 10 partes iguais e cada uma destas partes corresponde a um centímetro. Cada centímetro também está subdividido em 10 partes iguais e cada uma corresponde a um milímetro.

Veja como podemos ler o comprimento do lápis:

Iniciamos uma medição sempre pelo zero.



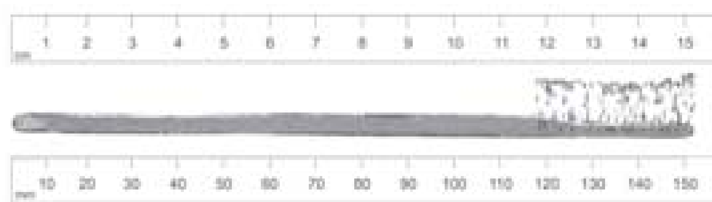
Lemos: oitenta e três milímetros.

Escrevemos: 83mm.

Lemos: oito centímetros e três milímetros.

Escrevemos: 8,3cm.

10. Determine o comprimento aproximado da escova de dente em milímetros e em centímetros. Em seguida, escreva como lemos essas medidas.



2 Desenvolvendo Competências

I. Um segmento de reta mede 5,4cm. Um estudante desenhou um segmento de reta com a metade desse comprimento e outro com o dobro. Assinale as medidas corretas de cada segmento de reta traçado:

a) 14mm e 27mm
b) 27mm e 54mm
c) 27mm e 108mm
d) 54mm e 108mm

10) 150 mm; cento e cinqüenta milímetros. 15cm; quinze centímetros.

Usando as medidas para compreender fenômenos naturais e do cotidiano

Os enfermeiros prestam importantes serviços à população. Não só cuidam de doentes, como também ajudam as pessoas a conservarem bem a saúde. Eles trabalham em hospitais, postos de saúde, consultórios médicos e em fábricas. Em qualquer desses lugares eles precisam medir alturas, pesos, pressões arteriais, dar dosagem certa de remédios, ler e interpretar receitas médicas.

11. Nas maternidades, quando um bebê nasce, quais são as medidas anotadas na sua ficha de registro? Faça uma pesquisa entrevistando pessoas que trabalham em hospitais ou mães que tiveram filhos em maternidades.

12. Se você fosse um enfermeiro, qual a unidade mais adequada que escolheria para medir:

a) A altura de um recém nascido?

b) A altura de um adulto?

c) O peso de um recém nascido?

d) O peso de um adulto?

Em situações como a medida da altura do bebê, em que temos um comprimento pequeno, usamos o **centímetro**.

13. Existe uma relação entre centímetro e metro. Qual é essa relação?

Se você respondeu que "um centímetro é um centésimo do metro", acertou. Podemos escrever essa relação usando notações fracionária ou decimal:

$$1\text{cm} = \frac{1}{100}\ \text{m} \quad \text{ou} \quad 1\text{cm} = 0{,}01\text{m}$$

Um comprimento medido numa determinada unidade também pode ser indicado numa outra unidade de comprimento. Por exemplo, se um bebê mede 46cm podemos também escrever 0,46m.

14. Se um centímetro é um centésimo do metro, então um metro corresponde a quantos centímetros? Complete: 1 m =... cm

15. Qual é a altura, em cm, de uma criança de 1,24m?

Desenvolvendo Competências

3

Quando é necessário medir extensões ainda maiores, como o comprimento de uma estrada ou a distância entre duas cidades, a unidade de medida empregada é o quilômetro, pois o metro não é uma unidade adequada para medir grandes comprimentos.

I. Você sabe quantos metros há em um quilômetro? E qual é o símbolo para representar essa unidade?

II. Escreva duas situações em que se utiliza o quilômetro como unidade de medida.

Agora, confira. Por exemplo: Se dissermos que um hospital está a 15km do centro da cidade, 15km significa 15.000m. "Economizamos zeros" na escrita quando representamos grandes comprimentos utilizando uma unidade que seja um múltiplo do metro.

O quilômetro é um múltiplo do metro.

1 quilômetro = 1.000 metros **1km = 1.000 m**

12) a) centímetro. b) metro. c) grama. d) quilograma.
13) 1 centímetro = 1/100 do metro.
14) 1m = 100cm
15) 124cm.

Desenvolvendo Competências

4

Em relação ao peso do bebê, a unidade mais utilizada é o quilograma. Porém, em alguns casos, como os dos prematuros, usa-se o grama.

Também existe uma relação entre quilograma e grama. Um grama é um milésimo do quilograma.

I. Usando notações fracionária ou decimal, escreva a relação entre um grama e um quilograma.

A massa de um corpo medido numa determinada unidade também pode ser indicada numa outra unidade de massa. Por exemplo: se um bebê pesa 1235 g, podemos também escrever 1,235kg.

II. Complete: 1kg = __________g

III. Uma criança pesa 8,210kg. Qual é o seu peso em gramas?

Para objetos com peso muito pequeno, a unidade empregada é o miligrama, por ser mais adequada. Isto é, podemos mais facilmente imaginar um objeto pequeno com o peso dado em miligramas.

IV. Você sabe quantos gramas tem um miligrama? E qual é o símbolo para representar essa unidade?

V. Escreva uma situação em que se utiliza o miligrama como unidade de medida.

Agora, confira.

O miligrama é um submúltiplo do grama.

1 miligrama = 0,001 grama 1mg = 0,001g

Se dissermos que um objeto pesa 250 mg, podemos também escrever 0,250 g.

VI. Complete: 1g = __________mg

Vamos ajudar a enfermeira a obter uma resposta para essa pergunta.

Vamos escrever, usando símbolos, o peso do nenê.

Quando nasceu: 921g.

Seis meses depois: 5,058kg.

Para comparar ou fazer cálculos com medidas de massa, é importante que elas **estejam na mesma unidade**. Assim, para saber quantos gramas o bebê ganhou em seis meses, podemos transformar 5,058 kg em g e depois calcular a diferença entre essas medidas.

5,058kg = (5,058 X 1000) g = 5058g

5058g – 921g = 4137g

Logo, em seis meses o bebê ganhou 4137 gramas ou 4,137kg.

16. Num posto de saúde, uma enfermeira fez o seguinte comentário a uma mãe: "seu filho cresceu 6cm e engordou 520g". Com essas observações complete a ficha seguinte:

Nome: Marcelo Faria			
Data de nascimento: 06/10/2001			
Mãe: Rosa Faria			
Data da visita	*Idade*	*Altura*	*Peso*
08/11/2001	*1 mês*	*45cm*	*3,342kg*
10/03/2002			

17. O bebê de Deise tem 10 meses, mede 67cm e pesa 9,345kg. Desde que nasceu, ele cresceu 6cm e aumentou 6,375g. Quais eram a altura e o peso desse bebê quando nasceu?

Horácio trabalha no pronto-socorro de um grande hospital. Hoje é dia de seu plantão noturno. Ele está atendendo a um doente com febre muito alta.

Para medir a capacidade de pequenos frascos, onde geralmente estão condicionados os remédios, a unidade mais utilizada é **mililitro**, que é um submúltiplo do litro. O símbolo dessa unidade é **ml**.

Também existe uma relação entre mililitro e o litro. Um mililitro é igual a um milésimo do litro.

$$\mathbf{1\ ml = \frac{1}{1000}\ l \quad ou \quad 1\ ml = 0{,}001 l}$$

18. Complete: 1l = ___________ml

19. Descreva uma situação em que você usa o litro como unidade de medida.

20. Procure em jornais e revistas rótulos de produtos medidos em litros e mililitros.

16) 6 meses; 51cm; 3,862kg.
17) 2,97kg.
18) 1l = 1.000ml
19) Bebo todos os dias 1 litro de leite. Existem outras resposta.

Desenvolvendo Competências

5

I. Se a capacidade de um frasco é de 3,75l qual é a sua capacidade em ml? Por quê?

II. Os enfermeiros devem tomar muito cuidado na leitura das dosagens de remédio que dão aos pacientes. Numa prescrição médica a recomendação era diluir 20 gotas de um certo remédio em 2,5ml de água. Ao ler essa recomendação uma pessoa trocou 2,5ml por 2,5l. Explique por que o paciente não teve nenhuma melhora.

III. Num recipiente foi preparada uma solução, adicionando 700ml de glicerina a 1,050l de água.

Com base nas informações apresentadas, pode-se afirmar que o recipiente contém:

a) 1,750 ml dessa solução.

b) 1.750 ml dessa solução.

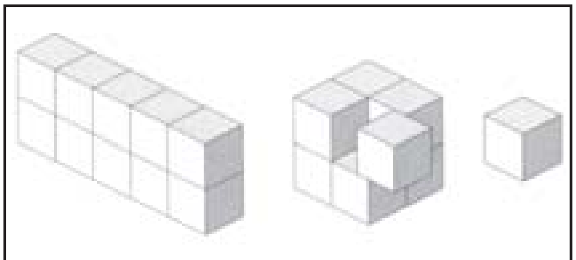
c) 701,050 ml dessa solução.

d) 701.050 ml dessa solução.

IV. O número que expressa a proporção de glicerina na solução é:

a) 0,4 *b)* $\frac{1}{2}$ *c)* $\frac{2}{3}$ *d)1,5*

Todo corpo ocupa um lugar no espaço e possui um volume, que pode ser obtido por meio de uma unidade de volume. Por exemplo:



Pode-se usar o termo **capacidade** para designar o **volume** contido num recipiente. Por isso é freqüente utilizarmos, também, o litro como unidade de volume.

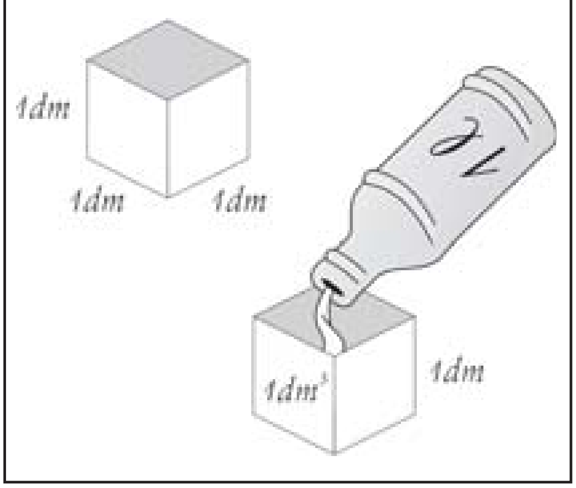
O volume de um cubo, cujas arestas medem 1dm, é calculado multiplicando-se a medida das arestas desse cubo por ela mesma, 3 vezes.

Volume = 1dm X 1dm X 1dm = 1$\mathbf{dm^3}$

O volume desse cubo pode ser expresso na unidade litro. Dizemos que seu volume é 1 litro.

Assim:

1 litro = 1$\mathbf{dm^3}$



21. Uma caixa d'água tem a forma de um cubo com 1m de aresta.

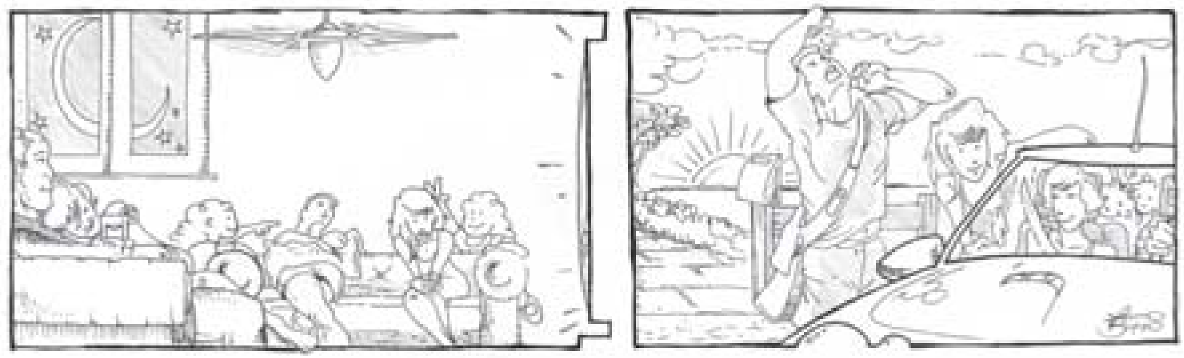
a) Qual é o volume dessa caixa em $\mathbf{m^3}$?

b) Como $\mathbf{1m^3 = 1000dm^3}$, qual é a capacidade dessa caixa em litros?

22. Verifique, em rótulos de embalagens, a informação sobre o volume do produto contido. Anote o produto escolhido e o volume indicado.

21) a) $1m^3$. b) 1.000

As medidas e a resolução de problemas



© Mauro Britto . 2002

23. Observe a ilustração e utilize os números dos quadros para completar a história.

31ºC	*2,5l*	*60km*	*2l*	*7h*	*500ml*
200g	*90cm*	*5m*	*6h30min*	*90cm*	*45,2l*
39,7ºC	*37ºC*	*1.000m*	$\frac{1}{4}$ *kg*	*10h*	

Verão de 2002. Naquele sábado fazia muito calor, a temperatura estava por volta de ______ Na televisão, a moça do tempo anunciava que o domingo ia ser de muito sol.

A família Pereira, que morava em São Diogo, planejou passar o dia na praia, que ficava a ______ de distância.

Logo todos se dispuseram a ajudar. Dona Lúcia pegou o seu famoso livro de receitas para fazer o bolo que era o predileto da família.

Julieta ficou encarregada de fazer o patê. Abriu uma lata de sardinha de ______ , misturou com 5 colheres de maionese, ______ de tomate, 2 colheres de mostarda, um maço de salsinha, 1 cebola picada e colocou uma pitada de sal.

Romeu foi ao supermercado, comprou 2 garrafas de refrigerante de ______cada uma e 3 latas de cervejas de ______ cada.

As gêmeas Anita e Antonia separaram os brinquedos de praia e uma corda de ______, pois pular corda e brincar de foguinho era o que mais gostavam de fazer.

Para adiantar, "Seu" Paulo foi ao posto de gasolina e colocou ______ de combustível no carro e pediu para completar o óleo do motor com uma lata de ______ .

Dona Lúcia providenciou uma toalha de mesa quadrada de ______ por ______ .

Na manhã seguinte às ______ todos já estavam de pé. Rapidamente tomaram o café e meia hora depois, às ______ já estavam a caminho do mar.

Quando o carro tinha já percorrido umas 10 quadras, Antonia deu falta de Anita. "Seu" Paulo virou o carro, voltou cerca de ______ e entrou correndo em casa. Chamou pela filha, que não respondia. Ao entrar no quarto, a viu ardendo em febre.

Dona Lúcia, que veio logo atrás, pegou um termômetro e se assustou. A menina estava com ______ . Imediatamente deu um antitérmico e um banho morno na menina. Uma hora depois, a febre cedeu para ______ .Todos respiraram aliviados.

Eram ______ Muito tarde para ir à praia. Para não frustrar os filhos, Dona Lúcia decidiu fazer um piquenique à beira da represa que ficava bem perto da casa deles, o que deixou todo mundo feliz.

Respostas ao pé da página.

31º C; 60km; 200g; 1/4kg; 2l; 500 ml; 5m; 45,2l; 2,5l; 90cm; 90cm; 6h30min; 7h; 1.000m; 39,7ºC; 37ºC; 10h

Desenvolvendo Competências

6

Julieta aprendeu na escola que, ao comprar alimentos, deve observar com atenção os prazos indicados nos rótulos. Antes de abrir uma lata de sardinha leu as informações abaixo.

Data de fabricação: 12/02/2000.
Validade até: 25/05/2002.

I. Verificou que o produto está vencido há 2 meses e 4 dias. Qual é a data em que Julieta está abrindo essa lata de sardinha?

II. Julieta quis saber o tempo de validade, em anos, meses e dias, desse produto. Se você responder às questões seguintes, poderá dar a informação à menina. Vejamos:

a) Qual foi a data de fabricação do produto?

b) Qual é a data de vencimento da validade?

c) Quantos anos se passaram de 12 de fevereiro de 2000 a 12 de fevereiro de 2002?

d) Quantos meses há de 12 de fevereiro de 2002 a 12 de maio de 2002?

e) Quantos dias há de 12 de maio de 2002 a 25 de maio de 2002?

f) Agora você poderia dizer, em anos, meses e dias, qual foi o tempo de validade do produto?

III. Romeu nasceu em 25 de junho de 1986 e Julieta em15 de dezembro de 1983.

a) Quem nasceu primeiro, Romeu ou Julieta?
b) Qual é a diferença de idade entre eles, em anos, meses e dias?

IV. Dona Lúcia comprou 5 pacotes de café com kg. Todos esses pacotes juntos pesam:

a) menos do que 1kg.
b) mais do que 1kg.
c) 1kg.
d) 1,5kg.

V. Dona Lúcia deu uma nota de R$ 10,00 para pagar os 5 pacotes de $\frac{1}{4}$ kg e recebeu de troco R$4,00. Com base nas informações apresentadas, pode-se afirmar que o preço de um quilo de café é:

a) R$ 1,20.
b) R$ 4,00.
c) R$ 4,80.
d) R$ 6,00.

Informações e argumentos

CONTRAPISO GANHA ACABAMENTO FINAL E BARATEIA A OBRA

Apesar de o piso representar só 2% do gasto para a construção de uma casa, há formas de reduzir ainda mais os custos. Um meio é fazer um contrapiso que dispense revestimentos.

São três tipos de acabamento: o marmorizado, o piso caipira e o queimado, propriamente dito. São soluções relativamente baratas e que podem ser colocadas nos ambientes internos.

Em um dia de trabalho, é possível cobrir uma área de 10m x 12m. O preço do metro quadrado do material começa em R$18,00, para o piso caipira, R$20,00 para o acabamento queimado e R$35,00 para o marmorizado.

Folha de S. Paulo, São Paulo, 24 mar. 2002.

Jorge é um vendedor de uma loja de materiais para construção.

Ele tem um cliente que pretende revestir com lajotas um salão que mede 10m de largura por 12m de comprimento. Este cliente leu a matéria, acima, publicada em um jornal, e foi consultar Jorge.

24. Qual é o assunto da matéria?

25. Quais os tipos de acabamento que são oferecidos para um contrapiso que dispensa revestimento?

26. O que você entende da frase: ”Em um dia de trabalho, é possível cobrir uma área de 10mx12m”?

27. Explique o que significa: ”O preço do metro quadrado do material começa em R$18,00”.

28. Qual é o preço do metro quadrado para o contrapiso com acabamento caipira?

Usamos o metro quadrado para medir áreas de piso. Por isso, é freqüente calcularmos os seus preços tomando como referência o preço de um metro quadrado.

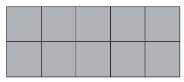
O **metro quadrado** é a **unidade de base** de medida de **área**, adotado pelo Sistema Internacional de Unidades.

É a **área** de uma **superfície** delimitada por um **quadrado** de **1 metro** de **lado.**

A expressão ”metro quadrado” é representada pelo símbolo $\mathbf{m^2}$.

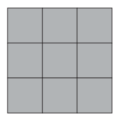
Considerando o quadrado  como **unidade de medida**, dizemos que:

A **área da superfície A** é 10 .



superfície A

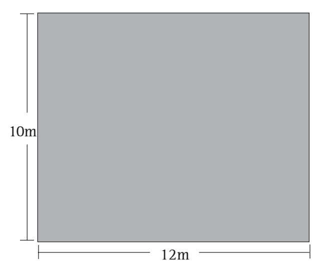
A **área da superfície B** é 9 .



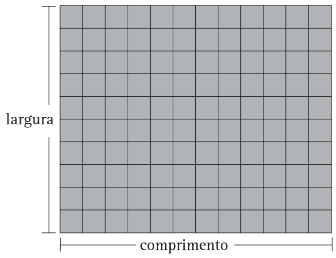
superfície B

29. Dê outros exemplos de situações cotidianas que envolvem cálculo de área.

Para se ter uma idéia do que é área de uma superfície, vamos representar a sala do cliente de Jorge pelo retângulo maior seguinte. Quantos quadrados de 1m de lado, representado por , cabem nesse retângulo?



24) Para economizar, utilizar contrapiso que dispensa revestimentos.
25) Três tipos: marmorizados, caipira e queimado.
26) Em um dia um pedreiro pode fazer o contrapiso sem revestimentos numa área de 10m por 12m.
27) O preço por metro quadrado do contrapiso com acabamento mais barato é de R$ 18,00.
28) R$ 18,00.
29) Um terreno mede 10m de frente por 30m de fundo. Existem outras respostas.



Se você respondeu 120, acertou. Dizemos que a área da sala de Jorge é de 120 metros quadrados e representamos por 120 m^2.

Escrevendo aquela área sob forma de multiplicação, temos:

$(10m \times 12m) = 120m^2$, ou seja, calculando o produto da medida do comprimento pela medida da largura, obtemos:

Área = $10m \times 12m = 120\ m^2$.

Desenvolvendo Competências

7

Jorge é um bom vendedor. Foi logo saber se realmente o processo descrito no artigo do jornal era mais econômico. Como seu cliente é muito criterioso, Jorge precisa de bons argumentos para convencê-lo. E nada melhor que os números para ser convincente.

Vamos ajudar Jorge a construir esses argumentos, fazendo alguns cálculos.

I. Para fazer um contrapiso com acabamento caipira, numa área igual à do cliente de Jorge, é preciso:

- *contratar um pedreiro, que cobra aproximadamente R$ 35,00 por um dia de trabalho;*
- *pagar R$18,00 por metro quadrado do material. Calcule o gasto total nesse caso.*

II. Para fazer um piso com revestimentos é necessário:

- *contratar um pedreiro por 5 dias, dois para fazer só o contrapiso e três dias para colocar as lajotas;*
- *gastar R$400,00 com cimento, areia e pedra;*
- *comprar lajotas.*

Calcule o total que gastará nessa opção, sabendo que o metro quadrado das lajotas que o cliente escolheu custa R$15,00, e que terá que comprar 10% a mais de metragem para compensar as possíveis perdas.

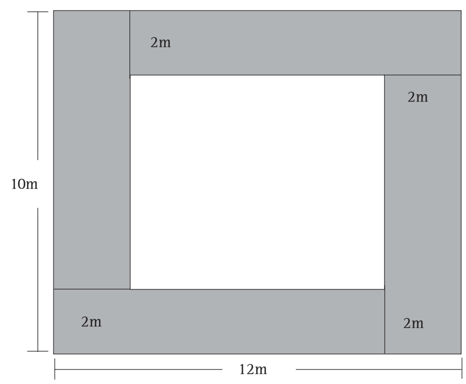
III. Calcule a diferença entre os gastos nas duas opções.

Agora utilize as respostas das questões que você respondeu e escolha a forma mais econômica: fazer contrapiso com acabamento ou colocar lajotas. Faça um resumo para Jorge justificando a sua opção.

Desenvolvendo Competências

8

I. A mulher do cliente não abre mão das lajotas. Para agradá-la, Jorge sugeriu que se fizesse uma faixa de lajota de 2m em toda a volta da sala e no centro, o contrapiso com acabamento marmorizado. Neste caso, quanto metros quadrados gastaria só de lajotas?



II. Com 100 ladrilhos quadrados de 0,30m de lado, pode-se cobrir um piso de:

a) 0,90m².

b) 9m².

c) 90m².

d) 900m².

III. Considere as afirmações, coloque V se for verdadeira e F, se for falsa:

( ) O metro quadrado é a área delimitada por um quadrado de 1m de lado.

( ) O metro cúbico é o espaço ocupado por um cubo de 1dm de aresta.

( ) 1 litro=1dm³.

O apagão e medidas adequadas

Nos primeiros meses do ano de 2001, a notícia de que a energia elétrica ia acabar parecia mais um assunto que os meios de comunicação costumam divulgar. E como ocorre com toda manchete desse tipo, passou a ser o centro também nas nossas rodas de conversa.

Porém, um dia o racionamento de energia, que apelidamos de apagão, começou. Era 4 de junho de 2001.

Você, também foi pego de surpresa?
O que aprendeu com o apagão?

Muita gente, nessa época, tomou conhecimento que a energia elétrica é medida em watt-hora. Como essa unidade é muito pequena, as companhias de energia elétrica usam o **quilowatt-hora**, cujo símbolo é **kWh**.

Um **quilowatt-hora (1kWh)** é a quantidade de energia consumida por um aparelho de potência de 1kW em uma hora.

1kWh corresponde ao consumo de um aparelho de potência 1 000 W durante uma hora.

1kWh = 1 000Wh

Muita gente, sem abrir mão do conforto, aprendeu também a economizar energia tomando pequenos cuidados como, apagar a luz quando sair de um ambiente, ligar o chuveiro só na hora do banho e desligar a televisão se não houver alguém assistindo.

30. Em junho de 2001, a média do consumo mensal de energia da sua família era maior que, menor que, ou igual a 100 kWh?

31. A sua família precisou reduzir o consumo de energia?

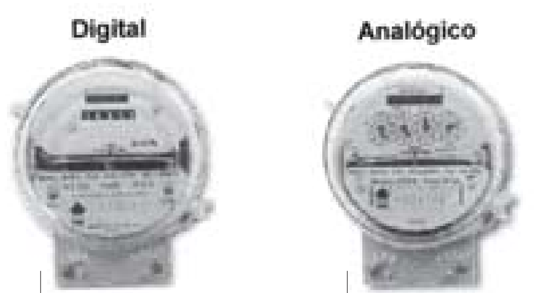
Em caso afirmativo, de quanto foi a redução? Quais as medidas tomadas para diminuir o consumo de energia?

Apesar dos contratempos, o apagão trouxe, para uma parte da população brasileira, a conscientização sobre a necessidade do combate ao desperdício de energia elétrica. Mostrou também como é importante usarmos os recursos que temos à disposição de forma eficiente e econômica, para que haja energia suficiente no futuro.

Não basta a participação de uma parte da população. É fundamental que todos se disponham a cooperar. E, para começar, podemos fazer periodicamente um maior controle do nosso gasto mensal de eletricidade.

Para isso é preciso saber "ler" o medidor (relógio de luz). É o instrumento utilizado para medir e registrar o consumo de eletricidade, que é medida em quilowatt hora (kWh).

Existem dois tipos:



Apresenta os algarismos em formato digital.

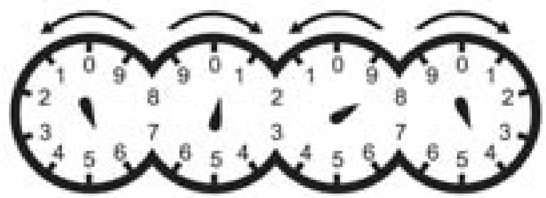
É composto por quatro relógios.

Para ler esses equipamentos procedemos das seguintes maneiras :

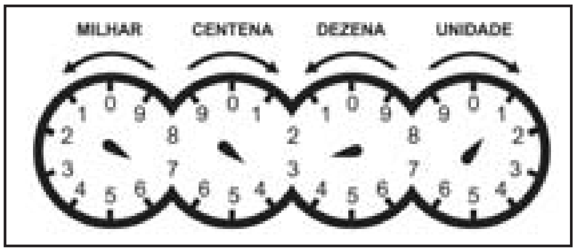
- no caso do mostrador digital, os números que aparecem no visor já indicam o valor da leitura.

- no analógico, os ponteiros giram no sentido horário e anti-horário e no sentido crescente dos números.

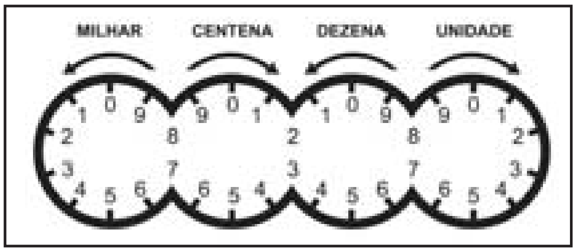
Considere o último número ultrapassado pelo ponteiro de cada um dos quatro relógios. Sempre que o ponteiro estiver entre dois números, deverá ser considerado o menor valor.



32. Qual é o valor obtido na leitura do medidor ao lado?

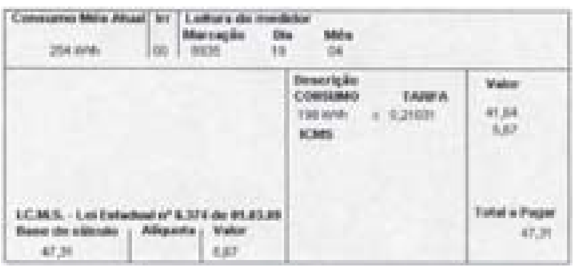


33. Um medidor apresentou a seguinte leitura: 1.740kWh. Coloque ponteiros nos relógios para indicar esse valor aproximadamente.



Suponha que você queira verificar o seu consumo médio de energia durante uma semana. Para fazer esse cálculo você deverá:

No primeiro dia, anotar a última leitura do mês anterior que está no campo de leitura da sua conta de energia elétrica.



Anotar o valor da leitura atual do seu medidor e subtrair da leitura atual a última leitura do mês anterior.

9.200kWh

9.200kWh (leitura atual)
- 8.935kWh (leitura anterior)

265kWh (consumo parcial)

Repetir esse procedimento de cálculo para os outros seis dias que seguem.

O seu consumo médio (c_m) nessa semana será a média aritmética dos valores obtidos. Essa média é calculada dividindo a soma desses valores por 7.

Por exemplo, suponha que o seu consumo nos outros dias tenha sido: 272kWh, 288kWh, 291kWh, 304kWh, 309kWh, 315kWh.

$$\textbf{consumo médio} = \frac{265+272+288+291+304+309+315}{7} = \mathbf{292}$$

Logo, o seu consumo médio de energia durante uma certa semana foi de 292kWh.

32) 6.431kWh

Desenvolvendo Competências

9

I. Durante a política de racionamento de energia elétrica uma pessoa anotou os valores a seguir, tomados semanalmente do medidor de luz, durante quatro semanas de um mês:

9.405kWh.

9.625 kWh.

9.839 kWh.

10.057 kWh.

Sabendo que, na última leitura do mês anterior, o medidor registrou 9.189 kWh, o consumo médio mensal dessa família foi de:

a) 216 kWh.

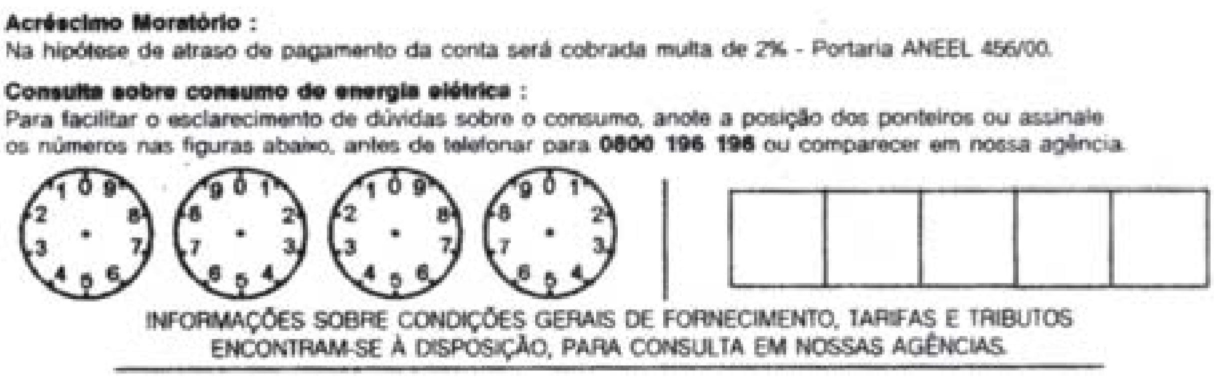
b) 217 kWh.

c) 868 kWh.

d) 9.732 kWh.

Fique Atento

Para facilitar o esclarecimento de dúvidas sobre o seu consumo de energia, antes de recorrer à agência de atendimento de seu bairro ou cidade, recomenda-se que anote a posição dos ponteiros ou números nas figuras impressas no verso de uma conta.



Acréscimo Moratório :
Na hipótese de atraso de pagamento da conta será cobrada multa de 2% - Portaria ANEEL 456/00.

Consulta sobre consumo de energia elétrica :
Para facilitar o esclarecimento de dúvidas sobre o consumo, anote a posição dos ponteiros ou assinale os números nas figuras abaixo, antes de telefonar para **0800 196 196** ou comparecer em nossa agência.

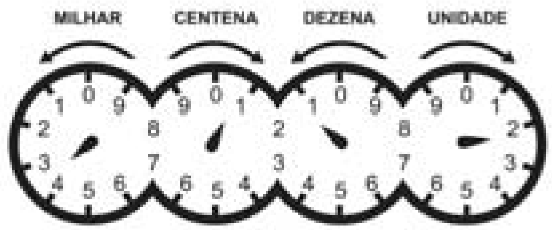
INFORMAÇÕES SOBRE CONDIÇÕES GERAIS DE FORNECIMENTO, TARIFAS E TRIBUTOS ENCONTRAM-SE À DISPOSIÇÃO, PARA CONSULTA EM NOSSAS AGÊNCIAS.

Desenvolvendo Competências

10

I. Uma pessoa, com dúvidas sobre o consumo de energia elétrica fez as anotações abaixo. O seu consumo médio mensal, nos últimos 6 meses é 250 kWh.

Leitura anterior: 3 452 kWh
Leitura atual:



Assinale a opção que completa corretamente a sentença:

Essa pessoa:

a) não precisa se preocupar porque seu consumo atual é aproximadamente igual ao consumo médio mensal.

b) pode ficar despreocupada porque seu consumo atual está aquém do seu consumo médio mensal.

c) precisa tomar alguma providência porque o seu consumo de energia aumentou 100% em relação ao consumo médio mensal.

d) tem motivo para ficar preocupada, porque o seu consumo de energia aumentou 224% em relação ao consumo médio mensal.

II. Uma conta de luz apresentou os seguintes dados:

			Descrição			Valor
			CONSUMO		TARIFA	
			254 kWh	x	0,21641	54,96
			ICMS			
			ECE			
I.C.M.S. - Lei Estadual nº 6.374 de 01.03.89						Total a Pagar
Base de cálculo	Alíquota	Valor				
74,92	25%					74,92

O valor do ICMS (Imposto sobre Consumo de Mercadorias e Serviços) tem como base de cálculo o total que o consumidor pagou e a alíquota incide sobre esse valor. O total pago é a soma do consumo mensal com ICMS e ECE (Encargo de Capacidade Emergencial).

Nessa conta de luz,

a) Qual o valor do ICMS?

b) Qual o valor do ECE?

c) Se esse consumidor quiser que sua despesa mensal com energia seja por volta de R$ 60,00, quanto de energia elétrica deveria gastar, aproximadamente? Escreva uma proposta que seja adequada para que ele alcance essa meta.

(Suponha que a alíquota do cálculo de ICMS, o ECE e o valor da tarifa permaneçam os mesmos).

Conferindo seu conhecimento

1

I. a) Costureiras b) Pedreiros c) Vendedor de tecidos d) Marceneiro.

II.

a) Um alfaiate tirando as medidas de um cliente.

b) Um pedreiro medindo uma janela.

c) Um vendedor de tecidos medindo um pedaço de pano. Existem outras respostas.

III. Os estudantes.

2

Resposta (c)

3

I. 1km = 1.000; km

II. Eu moro a 5 km do centro da cidade.

O comprimento da estrada que liga a minha cidade à Brasília é 57 km. Existem outras respostas.

4

I. $1\ g = \frac{1}{1.000}$ *kg ou* $1\ g = 0{,}001\ kg$

II. 1 kg = 1000 g

III. 8210 g

IV. 1 miligrama = $\frac{1}{1.000}$ *do grama; ml*

V. Um garimpeiro encontrou uma pepita de ouro de 3.000 mg. Existem outras respostas.

VI. 1g = 1.000mg

5

I. 3.750 ml, porque $3{,}75\ell = (3{,}75 \times 1.000)\ m\ell = 3.750 m\ell$

II. O paciente não teve nenhuma melhora, porque a pessoa diluiu o remédio em $2{,}5\ell$ *de água que é igual a* $2.500 m\ell$*. Essa quantidade é muito maior do que foi recomendado.*

III. Resposta (b)

IV. Resposta (c)

6

I. 29 de julho de 2002.

II.

a) 12 de fevereiro de 2000.
b) 25 de maio de 2002.
c) 2 anos.
d) 3 meses.
e) 13 dias.
f) 2 anos, 3 meses e 13 dias.

III.

a) Julieta.
b) 2 anos, 6 meses e 10 dias.

IV. Resposta (b).

V. Resposta (c).

7

I. R$ 2.195,00.

II. R$ 2.555,00.

III. R$ 360,00.

8

I. 72 m²

II. Resposta (b).

III. V, F, V

9

I. Resposta (b).

10

I. Resposta (d).

II.
a) R$ 18,73
b) R$ 1,23
c) Como a pessoa pretende gastar com o consumo de energia por volta de R$ 60,00, teremos que calcular a quantidade aproximada de energia que poderá consumir mensalmente.
Sabemos que o total a pagar é a soma do valor do consumo com ICMS e ECE, ou seja:
Total a pagar = valor do consumo + valor do ICMS + valor do ECE
Sabemos também que: valor do consumo = consumo x tarifa
Nesta situação conhecemos os seguintes dados:
Total a pagar = R$ 60,00
Tarifa = R$ 0,21641
Valor de ICMS = 25% de R$ 60,00 = 0,25 x R$ 60,00 = R$ 15,00
Valor do ECE = R$ 1,23
Logo, podemos escrever a equação:
60 = consumo x 0,21641 + 15 + 1,23
Resolvendo esta equação temos:
Consumo = 202,25
Para atingir a meta de R$ 60,00 mensais de gasto com energia, uma proposta razoável é que a quantidade de energia consumida seja aproximadamente 202 kWh.

Orientação final

Para saber se você compreendeu bem o que está apresentado neste capítulo, verifique se está apto a demonstrar que é capaz de:

- Identificar e interpretar registros, utilizando a notação convencional de medidas.
- Estabelecer relações adequadas entre os diversos sistemas de medida e a representação de fenômenos naturais e do cotidiano.
- Selecionar, compatibilizar e operar informações métricas de diferentes sistemas ou unidades de medida na resolução de problemas do cotidiano.
- Selecionar e relacionar informações referentes a estimativas ou outras formas de mensuração de fenômenos de natureza qualquer, com a construção de argumentação que possibilitem sua compreensão.
- Reconhecer propostas adequadas de ação sobre a realidade, utilizando medidas e estimativas.

Capítulo VI

PROPORCIONALIDADE: UMA IDÉIA FUNDAMENTAL

Construir e ampliar noções de variação de grandeza para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Ruy César Pietropaolo

Capítulo VI

Proporcionalidade: uma idéia fundamental

A idéia de proporcionalidade faz parte de muitas situações do cotidiano.

Ela está presente quando um desenhista precisa ampliar um desenho, duplicando suas medidas, ou quando uma cozinheira está às voltas com a redução de uma receita culinária.

Ao ler nos jornais notícias do tipo "80 pessoas entre 1000 moradores do bairro Maia já foram assaltadas", pode-se dizer, levando-se em conta a proporcionalidade, que em um grupo de 2000 moradores, possivelmente 160 já tenham sido assaltados.

Neste capítulo, vamos aprender a analisar a natureza da variação entre duas grandezas para resolver problemas. Isso significa identificar, em diferentes situações, se as grandezas envolvidas são diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais. A noção de porcentagem terá um grande destaque.

Ao final deste capítulo certamente você poderá, com muito mais segurança, escolher o melhor plano para a aquisição de algo que você queira comprar, decidir se há vantagem ou não em comprar várias unidades de um produto "em promoção"...

Analisando a variação de grandezas

Provavelmente você já utilizou a idéia de proporcionalidade para decidir qual é a melhor opção para uma compra. Veja:

Pedro foi à feira e encontrou a seguinte oferta para as maçãs:

Leve 3 maçãs por R$0,60	*Leve 6 maçãs por R$1,00*

Você acha que a oferta das 6 maçãs é vantajosa para Pedro?

Podemos dizer que o preço de 6 maçãs está relativamente barato em comparação com o preço de 3. Se o preço fosse proporcional ao número de maçãs, 6 delas custariam R$1,20 e não R$1,00. Por isso, a oferta do feirante era realmente boa para a compra de 6 maçãs.

O preço que se paga na padaria pela compra de pãezinhos é proporcional à quantidade que se leva, pois geralmente não há descontos. Isto é, o preço de 2 pãezinhos é o dobro do preço de 1; o preço de 3 é o triplo do preço de 1 etc. Assim, quem comprar 20 pãezinhos deve pagar o quádruplo de quem compra 5, pois está levando uma quantidade 4 vezes maior. Nesse caso, dizemos que as duas grandezas envolvidas – quantidade de pães e o preço – são diretamente proporcionais. Ou seja, há uma proporcionalidade direta entre essas grandezas.

Resolvendo o Problema

Um jornal anuncia o preço de duas casas: uma com área de 50 m^2 por R$30.000,00 e a outra de 150m^2 por R$75.000,00. Pode-se dizer, nesse caso, que os preços das casas são diretamente proporcionais às suas áreas? Qual casa você acha que é relativamente mais cara?

A área de uma casa é o triplo da área da outra, mas o preço é menor que o triplo do preço da outra. Nesse caso, dizemos que o preço da casa não é diretamente proporcional à sua área. Calculando o preço de 1m^2 de cada casa, podemos verificar que a casa menor é, relativamente, mais cara. O preço do m^2 da casa menor é R$600,00 (30.000 ÷ 50 = 600), enquanto o da outra é R$500,00 (75.000 ÷ 150 = 500). Por que isto acontece? Ora, o preço de uma casa não depende apenas da área construída, mas também do acabamento, da localização, da área total do terreno etc.

Desenvolvendo Competências

1

Agora resolva esse problema:

I. Duas casas têm o mesmo tipo de acabamento e estão localizadas no mesmo bairro. Levando-se em conta que o preço da casa de 150m² é R$75.000,00, quanto deve ser o preço da casa de 50m², para que exista proporcionalidade direta entre as grandezas preço e área?

A proporcionalidade e a porcentagem

Os funcionários de uma fábrica estão reivindicando 20% de aumento para todos. Quanto passará a receber um funcionário cujo salário é R$ 500,00?

Trata-se de uma situação sobre porcentagem. O símbolo % significa por cento. Para cada 100 reais do salário, os funcionários da fábrica querem um aumento de 20 reais. Desse modo, quem ganha o dobro receberá uma quantia duas vezes maior. Assim, quem recebe 200 reais receberá 40 reais de aumento, quem ganha 400 reais terá um aumento de 80 reais e assim por diante. Podemos indicar esses valores em uma tabela, como vemos ao lado.

Salário (R$)	Aumento (R$)
100	20
200	40
300	60
400	80
500	100

x2 x2

Podemos então dizer que o aumento é diretamente proporcional ao salário. Desse modo, quem recebe R$500,00, que é o quíntuplo de 100, receberá um aumento 5 vezes maior: 5 x 20 = 100.

Vimos, por meio dos problemas que discutimos até aqui, que há grandezas que são diretamente proporcionais: ou seja, elas estão relacionadas de tal modo que, dobrando o valor de uma delas, o valor da outra também dobra; triplicando a primeira, a segunda também fica multiplicada por três; dividindo uma por 4 a outra também fica dividida por quatro. Sempre que isso acontece, dizemos que existe entre as grandezas uma proporção direta. Mas também verificamos que há grandezas cujas variações não são proporcionais.

Velocidade média e proporcionalidade

Um automóvel que mantém a velocidade média de 60km/h leva 3 horas para percorrer um trecho de uma estrada. Quanto tempo ele levaria para percorrer esse mesmo trecho se a velocidade fosse de 120km/h?

Não é difícil compreender que, se o automóvel se movimentar com o **dobro** da velocidade, 120km/h, ele não levaria o dobro do tempo, mas sim a **metade**, ou seja, 1,5h (1h30min). Se a velocidade fosse a metade, o tempo gasto seria o dobro. Se a velocidade fosse **3 vezes menor**, o tempo gasto seria **3 vezes maior** etc.

Desenvolvendo Competências

2

I. Completar a tabela seguinte baseando-se nos dados do problema acima:

Velocidade (km/h)	*60*	*120*	*30*	*20*	*15*	*10*
Tempo (h)	*3*	*1,5*	*6*	....	....	....

*Podemos dizer que as grandezas envolvidas nesse problema - a velocidade média e o tempo gasto para percorrer a distância dada - não são diretamente proporcionais. Essas grandezas são chamadas de inversamente proporcionais, porque, quando o valor de uma delas é multiplicado por 2, o valor correspondente da outra é **dividido por 2**. Quando um deles é **dividido por 6,** o correspondente da outra é **multiplicado por 6**, e assim por diante.*

Utilize essas informações para resolver problemas...

II. Um filme para máquina fotográfica com 12 poses custa R$4,00 e um outro com 36 poses custa R$10,00. As grandezas envolvidas - número de poses e preço - são diretamente proporcionais? Explique.

III. Um filme para máquina fotográfica com 12 poses custa R$4,00. Se o preço do filme com 36 poses fosse proporcional ao de 12 poses, ele deveria custar

a) R$8,00. *b) R$9,00.* *c) R$10,00.* *d) R$12,00.*

IV. São descontados 30% do salário de seu José para pagamento do INSS e da pensão de seu filho. Explique o significado do número 30%. Qual é o desconto se o salário de José é de R$400,00? Qual seria o desconto se o salário fosse R$800,00?

Por meio da proporcionalidade podemos facilmente calcular porcentagens.

Como calcular 36% de 150? Ora, sabemos que 10% é um décimo do 100%. Desse modo, 10% de 150 é um décimo de 150, e que 5% é a metade de 10%. Sabemos, também, que 1% é um décimo de 10%. Assim, calculamos

10% de 150 = 15

30% de 150 = 45

5% de 150 = 7,5

1% de 150 = 1,5

Como 36% = 30% + 5% + 1%, 36% de 150 = 45 + 7,5 + 1,5 = 54.

V. Como calcular mentalmente 15% de 180?

Representando graficamente a variação de grandezas

Para resolver os problemas propostos no início desse capítulo, foi importante identificar o tipo de variação entre as grandezas envolvidas: diretamente proporcionais; inversamente proporcionais; não proporcionais.

Em alguns desses problemas, as relações entre as grandezas foram apresentadas por meio de tabelas. Mas existe uma outra maneira, também importante, para representar a relação de dependência entre as grandezas: os gráficos. Sua leitura nos permite decidir se as grandezas envolvidas são diretamente proporcionais, se são inversamente proporcionais ou se não são nem direta, nem inversamente proporcionais.

Você poderá analisar o gráfico ao lado:

Mediram-se as massas de pequenas amostras de ferro de diversos volumes. A unidade de medida da massa foi o grama (g) e o do volume foi expresso em centímetros cúbicos (cm3).
Com os dados encontrados construiu-se o gráfico ao lado:

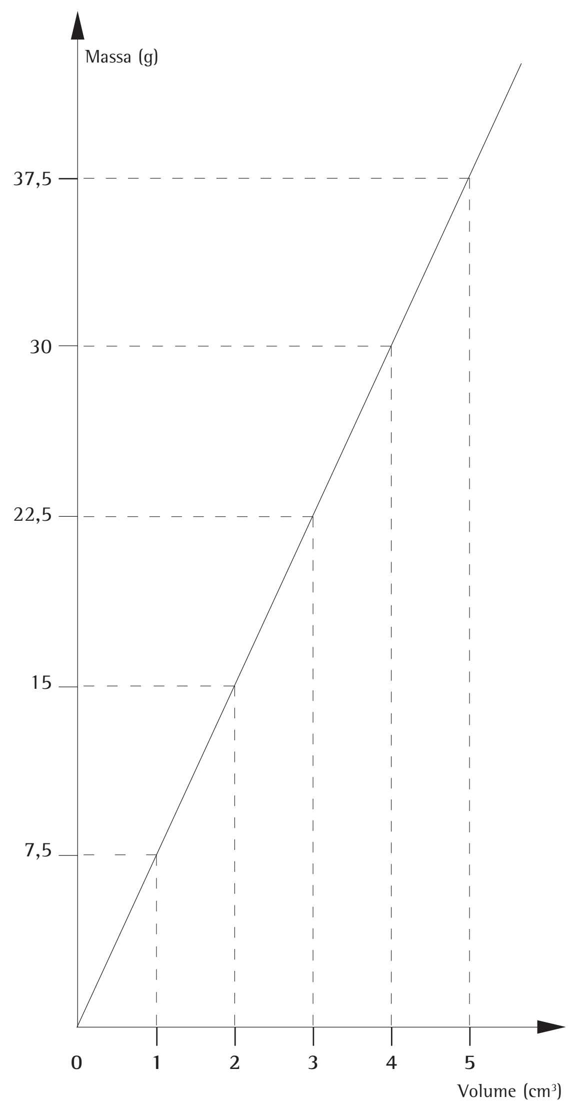


Gráfico 1

> *Qual é a massa de uma amostra de ferro cujo volume é $4cm^3$?*
> *Qual é o volume de uma amostra de ferro de 15g de massa?*

Através da leitura do gráfico, podemos verificar que a amostra de $1cm^3$ de ferro tem massa 7,5 gramas. A massa de $2cm^3$ é 15 gramas, enquanto a de $4cm^3$ é 30g. Por outro lado, podemos ler o gráfico a partir do eixo vertical: o volume de uma amostra de ferro de massa de 22,5 gramas é $3cm^3$.

Esse gráfico mostra como varia a massa **m** (em gramas) de amostras de ferro de acordo com a variação do volume V dessas amostras. Observe então que, ao duplicarmos o volume (de $1cm^3$ para $2cm^3$), a massa também duplicou (de 7,5 gramas para 15 gramas); ao triplicarmos o volume (de $1cm^3$ para $3cm^3$) a massa também triplicou (de 7,5 gramas para 22,5 gramas). Assim, concluímos que a massa de um bloco de ferro é diretamente proporcional ao seu volume.

Observando os valores das massas e dos volumes apresentados, verificamos que:

$$\frac{7{,}5 \text{ gramas}}{1cm^3} = 7{,}5g/cm^3 \qquad \frac{15 \text{ gramas}}{2cm^3} = 7{,}5g/cm^3 \qquad \frac{22{,}5 \text{ gramas}}{3cm^3} = 7{,}5g/cm^3$$

Portanto, ao variar o volume V do bloco, sua massa também varia, mas o quociente entre a massa m e o volume V permanece constante (igual a $7{,}5g/cm^3$).

Resumindo: *Se duas grandezas x e y são diretamente proporcionais, então os quocientes entre os valores de uma e os correspondentes valores da outra são constantes, ou seja, $\frac{y}{x} = k$, sendo k a constante de proporcionalidade.*

O gráfico que representa uma grandeza variando em proporção direta com outra é uma reta passando pela origem, ou seja, pelo ponto (0,0).

Você já pôde verificar que essas grandezas da tabela abaixo são inversamente proporcionais.

t (h)	1	2	3	4	5	6
v (km/h)	120	60	40	30	24	10

Observe que:

1 x 20 = 2 x 60 = 3 x 40 = 4 x 30 = 5 x 24 = 6 x 20 = 120

Veja o Gráfico 2 que mostra essa variação:

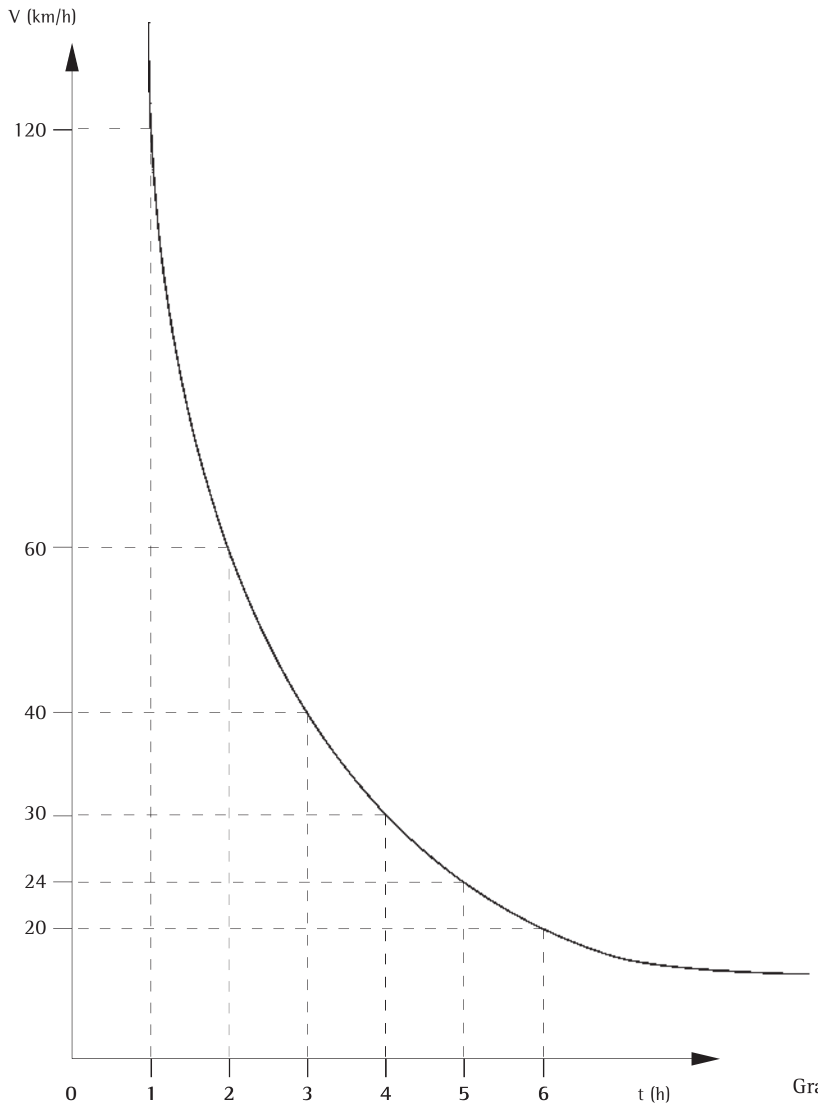


Gráfico 2

Duas grandezas x e y são inversamente proporcionais quando os produtos dos valores de uma, pelos correspondentes valores da outra, forem constantes, ou seja, x.y = c.
O gráfico que representa a variação de duas grandezas inversamente proporcionais é uma curva denominada hipérbole. Note que essa curva não corta nenhum dos eixos.

Analise o gráfico abaixo. Ele indica o preço em reais de cada camiseta que uma confecção produz de acordo com o número de camisetas compradas pelas lojas.

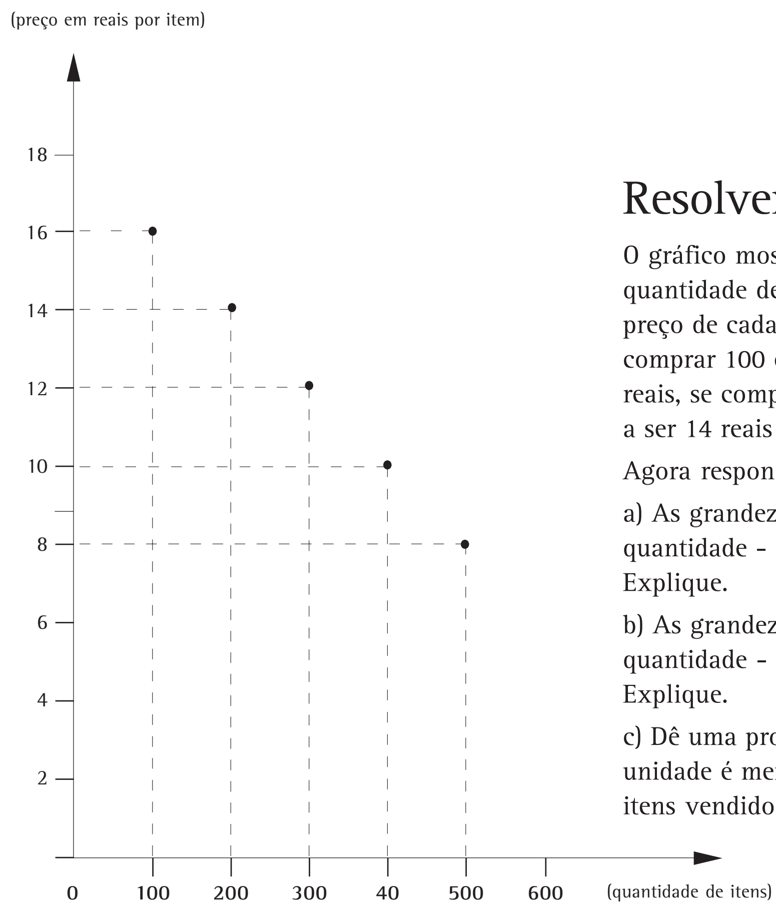


Gráfico 3

Resolvendo o Problema

O gráfico mostra que quanto maior for a quantidade de camisetas compradas, menor será o preço de cada camiseta. Veja: se uma loja comprar 100 camisetas, o preço de cada uma é 16 reais, se comprar 200 o preço por camiseta passa a ser 14 reais e assim por diante.

Agora responda:

a) As grandezas envolvidas - preço unitário e quantidade - são diretamente proporcionais? Explique.

b) As grandezas envolvidas - preço unitário e quantidade - são inversamente proporcionais? Explique.

c) Dê uma provável razão pela qual o preço por unidade é menor quanto maior for o número de itens vendidos.

Analisando a relação existente entre as grandezas envolvidas, percebemos que, quando há aumento de uma, ocorre uma diminuição da outra. Por isso, essa relação pode ser chamada de inversa. No entanto, as grandezas em questão não são inversamente proporcionais, pois quando se compra uma quantidade de camisetas duas vezes maior, o valor da cada camiseta diminui, mas não é a metade; quando a quantidade de ítens vendidos é triplicada, o preço por unidade diminui, mas não se reduz a um terço, etc. Portanto, essas grandezas não são nem diretamente e nem inversamente proporcionais.

Desenvolvendo Competências

3

Agora, resolva:

I. Dona Alice faz doces por encomenda. Ela fez 36 bombons e está em dúvida a respeito das embalagens que vai usar. Se escolher embalagens de 2 bombons, de quantas embalagens ela vai precisar? E se usasse embalagens de 3 bombons cada? Preencha a tabela e depois construa em seu caderno um gráfico que represente essa variação.

Nº de bombons por embalagem	*2*	*3*	*4*	*6*	*9*	*12*
Nº de embalagens necessárias						

II. Fumar, todos sabemos, faz muito mal à saúde. O gráfico a seguir mostra a quantidade N de nicotina em miligramas (mg) que permanece na corrente sangüínea de uma pessoa t horas depois que ela terminou de fumar um cigarro.

Assim que a pessoa acabou de fumar (t = 0) o gráfico mostra que o nível de nicotina no sangue é de 0,4mg. Depois de 1h, há no sangue em torno de 0,25mg de nicotina.

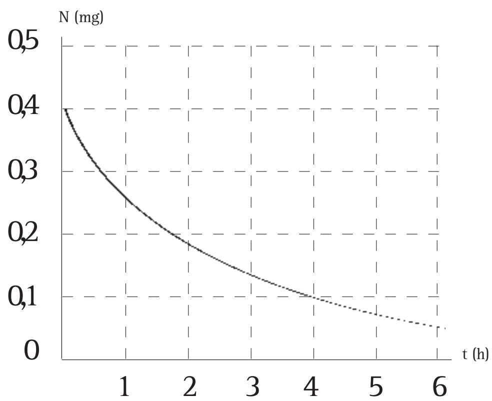


Gráfico 4

Agora responda:

a) quantos miligramas de nicotina ainda há no sangue 4 h depois que a pessoa acabou de fumar um cigarro?

b) O que se pode concluir por meio do gráfico?

c) A quantidade de nicotina no sangue e o tempo depois que a pessoa terminou de fumar são grandezas diretamente proporcionais? Explique.

III. A tabela abaixo mostra a altura de Dione no dia em que nasceu e em cada um de seus seis primeiros aniversários.

Idade (anos)	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Altura (cm)	*50*	*70*	*82*	*91*	*98*	*105*	*110*

a) Quantos centímetros Dione cresceu em seus seis primeiros anos de vida?

b) Com os dados da tabela, o que se pode prever a respeito da altura de Dione aos 7 anos?

c) Podemos prever que a altura de Dione aos 12 anos será o dobro de sua altura aos 6 anos?

d) Podemos, então, dizer que a altura e a idade são diretamente proporcionais?

IV. Um automóvel percorre um trecho de estrada em 8 min com a velocidade de 60 km/h. Se esse carro estivesse a 15 km/h o tempo gasto para percorrer esse trecho seria de:

a) 2 min.   b) 4 min.   c) 16 min.   d) 32min.

Usando a proporcionalidade para resolver problemas

Os problemas que analisamos neste capítulo envolvem a noção de razão, uma noção muito importante, que nos auxilia a comparar quantidades e resolver problemas. Quando você joga um dado, pode dizer que sua chance de obter um número par é de 3 em 6 ou $\frac{3}{6}$. Você está usando uma razão para indicar sua chance. Quando um rótulo de uma garrafa de suco concentrado informa que para fazer um refresco deve-se utilizar uma parte de suco para 8 de água, a noção de razão está presente: $\frac{1}{8}$ ou 1:8 (um para oito).

Sabemos que a razão compara quantidades. Mas como comparar duas razões? Analise essa situação:

> *Considere uma mistura de inseticida líquido e água que está na razão de 1:4 e uma outra cuja razão é de 3:12. Podemos dizer que essas misturas têm a mesma concentração de inseticida?*

Uma forma de comparar essas razões é expressá-las por meio de frações, simplificar cada uma e compará-las.

Escrevendo as razões em forma de frações, temos: $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{12}$.

Como $\frac{3}{12} = \frac{3 \div 3}{4 \div 3} = \frac{1}{4}$

Podemos dizer que as razões são iguais pois as frações $\frac{1}{4}$ e $\frac{3}{12}$ são equivalentes. Desse modo, concluímos que ambas têm a mesma concentração de inseticida. Mas você poderia comparar as duas razões utilizando uma propriedade importante das razões:

> PERGUNTA:
> *as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ são iguais?*
> *Ou seja podemos escrever a proporção $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$?*
>
> RESPOSTA:
> *As razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$ são iguais se os produtos a . d e b . c são iguais.*
> *Ou seja $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ se $a . d = b . c$*

No exemplo, podemos escrever a proporção $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$, pois 1 x 12 = 4 x 3.

Outra forma de comparar essas duas razões é obter a representação decimal de cada uma.

Como $\frac{1}{4}$ = 1 ÷ 4 = 0,25 e $\frac{3}{12}$ = 3 ÷ 12 = 0,25, dizemos que $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$.

Importante: uma proporção é uma igualdade entre duas razões.

Resolvendo o Problema

Veja agora um problema em que a proporção facilita sua resolução:

Um automóvel se desloca com pouca variação de velocidade em uma estrada retilínea e plana. Sabe-se que em um trecho da estrada ele consumiu 3 litros de gasolina para andar 26km. Qual é a previsão para o consumo total de gasolina se a distância a ser percorrida é de 182km?

Para fazer essa previsão, você deverá considerar que:

- quanto maior for a distância a ser percorrida, maior é o consumo de combustível pelo automóvel;
- é razoável supor que o consumo de combustível seja diretamente proporcional à distância percorrida: se com uma quantidade x de combustível percorre-se uma distância d, com uma quantidade 2x percorre-se a distância 2d; com uma quantidade 3x pode-se percorrer a distância 3d, etc. (essa previsão poderá ser mais aproximada, quanto mais forem parecidas as condições da estrada com as do trecho inicial)

Existem várias maneiras para encontrar uma resposta para este problema. Analise esse modo de resolver:

Como ele anda 26km para 3 litros de gasolina temos uma razão $\frac{26}{3}$.

Podemos obter várias frações equivalentes a $\frac{26}{3}$.

$$\frac{26}{3} = \frac{52}{6} = \frac{78}{9} = \ldots = \frac{260}{30} = \ldots = \frac{182}{?}$$

Agora basta encontrar uma fração com numerador 182 que seja equivalente a $\frac{26}{3}$, ou seja, descobrir o valor de x na proporção: $\frac{26}{3} = \frac{182}{x}$.

Usando a propriedade das proporções podemos escrever:

26 . x = 3 . 182.

Logo, 26 . x = 546;

x = 546 ÷ 26;

x = 21

Uma outra maneira seria montar um esquema como o que segue:

	Distância (km)		Consumo (litros)	
x7	26	►	3	÷7
	182	►	x	

Como 182 ÷ 26 = 7, multiplicando 3 por 7, obtemos 21.

Esse esquema sugere a proporção: $\frac{26}{182} = \frac{3}{x}$ e, desse modo, teríamos 26 . x = 3 . 182 e x = 21.

Esse modo de resolver o problema recebe o nome “regra de três”, pois na proporção são conhecidos 3 elementos e deseja-se descobrir o 4º.

Poderíamos resolver o problema de outro modo: acharíamos o número de quilômetros que esse automóvel roda com 1 litro de gasolina obtendo o quociente de 26 por 3, e depois dividiríamos 182 por esse número. Mas é preciso atenção, pois o quociente é uma dízima e, nesse caso, teríamos uma resposta aproximada.

Resolvendo o Problema

Uma indústria necessita de 16 operários que trabalhem a mesma quantidade de horas por dia e no mesmo ritmo para fazer um determinado serviço em 15 dias.

Faça uma previsão sobre quantos dias 24 operários, nas mesmas condições, levariam para fazer esse mesmo serviço. Mas, para isso, é preciso considerar:

- quanto maior for o número de operários, menor será o número de dias;
- é razoável supor que o número de dias para executar um serviço seja inversamente proporcional ao número de operários: se o número de operários dobrar, leva-se a metade do número de dias; se triplicar o número de operários, o número de dias cai para um terço, etc. (essa previsão poderá ser tão mais aproximada, quanto mais “próximas” estiverem as condições e o ritmo de trabalho de cada um).

Para escrever a proporção que traduz esses problema poderíamos fazer o esquema:

	nº de operários		*nº de dias*	
x1,5	16	►	15	÷1,5
	24	►	x	

Dividindo 24 por 16 podemos concluir que o número de empregados foi multiplicado por 1,5. Assim, para saber o número de dias basta dividir 15 por 1,5. Obtemos assim uma previsão para o problema: 10 dias.

Você poderia resolver essa situação escrevendo a proporção: $\frac{16}{24} = \frac{x}{15}$ (inverte-se uma das razões, pois a variação é inversamente proporcional).

Logo:

$\frac{16}{24} = \frac{x}{15}$ ou $24 \,.\, x = 16 \,.\, 15$ ou $x = \frac{240}{24}$ ou $x = 10$.

Agora, resolva o problema:

Quatro impressoras, trabalhando simultaneamente executam um serviço de cópias em 12 horas. Em quanto tempo o mesmo serviço seria executado se fossem utilizadas apenas três impressoras?

Porcentagens e razões

O preço de uma geladeira era R$400,00. Este valor sofreu dois aumentos sucessivos: o primeiro de 15% e o segundo de 10% sobre o valor já reajustado. Após esses dois aumentos sucessivos, qual é o preço da geladeira?

Assim, vamos calcular 15% de 400.

1º) 15% é uma razão: $\frac{15}{100}$

15% de 400 é

$\frac{15}{100}$ de 400 = $\frac{15}{100}$ x 400 =

= $\frac{6000}{100}$ = 60

2º) 15% é uma razão: $\frac{15}{100}$ = 0,15

15% de 400 é 0,15 de 400

ou 0,15 x 400 = 60

Assim, a geladeira, após o aumento de 15%, passou a custar 460. Como o 2º aumento incide sobre o valor já reajustado, devemos calcular 10% de 460:

$\frac{10}{100}$ x 460 = $\frac{4600}{100}$ = 46 ► 460 + 46 = 506.

Para resolver esse problema, em um primeiro momento poderíamos pensar que a geladeira subiu 25%. Mas não é verdade. Faça os cálculos e comprove. Não podemos somar essas taxas pois, como vimos, 15% incide sobre R$400,00 e os 10% incidem sobre o valor de R$460,00 e não sobre R$400,00.

Desenvolvendo Competências

4

Agora responda a estes testes:

I. O preço de 1kg de carne custa R$5,00. Com R$27,50 quanto de carne poderemos comprar?

a) 5,5kg *b) 5,25kg* *c) 4,75kg* *d) 4,5kg*

II. Em abril de 2002, o valor de 50 dólares era R$ 125,00. Nessa ocasião qual era, em reais, o valor de 350 dólares?

a) R$ 625,00 *b) R$ 750,00* *c) R$875,00* *d) R$975,00*

III. Em um guia de uma cidade, a distância entre 2 bairros é de 3,5 cm. Sabendo que a escala usada é de 1:1000, ou seja, cada centímetro no guia representa 1.000 cm, qual é a distância real entre elas?

a) 3,5m *b) 35m* *c) 350m* *d) 3.500m*

Quando é preciso argumentar...

É fundamental para o exercício de nossa cidadania que nos posicionemos diante de várias questões que afetam nossa vida e a da sociedade. Para defendermos nossa posição precisamos ter argumentos. A matemática pode auxiliar você na construção desses argumentos. Os jornais, por exemplo, informam diariamente as taxas de juros.

Cada tipo de financiamento tem taxas diferentes e procedimentos diversos para cálculo das prestações. Para compreender, avaliar e decidir sobre algumas situações, como decidir a melhor forma de pagar uma compra ou de escolher um financiamento, é necessário não apenas estudar proporcionalidade e porcentagem. É preciso, também, utilizar esses conhecimentos como um recurso para argumentar de maneira convincente a respeito de algumas escolhas.

Leia o texto abaixo:

"Seu" José é marceneiro e artesão. Seus móveis de madeira são bem feitos. Às vezes, para enfeitá-los, ele faz entalhes na madeira, obtendo desenhos muito bonitos. Dona Regina gostou tanto de uma mesa retangular que ele fez, que encomendou uma outra: retangular como a primeira, usando o mesmo tipo de madeira e o mesmo desenho, só que as medidas dos lados deveriam ser aumentadas em 50%. Quando dona Regina foi buscar a mesa, ela levou um susto com o preço que Seu José queria cobrar: R$ 1.800,00. Ela procurou argumentar da seguinte forma:
"Seu José, o preço da mesa de que eu gostei não era R$800,00? Estou pedindo uma mesa igual a ela, mas com as medidas dos lados ampliadas em 50%; por isso acho que devo pagar 50% a mais. Como 50% de 800 é 400, o preço correto deveria ser 1.200, pois 800 mais 400 dá 1.200". O marceneiro pensou, pensou e calmamente respondeu: "eu não gastei apenas 50% a mais de madeira, gastei mais, muito mais." Dona Regina nem terminou de ouvir a resposta e foi embora, nervosa, sem levar a mesa.

Quem você acha que está com razão?

Dona Regina agiu corretamente em um ponto: procurou argumentos para mostrar que o preço cobrado estava caro demais. Mas também errou ao não querer ouvir as explicações do "Seu" José.

Talvez se o "Seu" José tivesse argumentos mais convincentes teria vendido a mesa. Quais argumentos ele poderia usar para mostrar que tinha razão? Vamos construí-los?

Ele, de fato, não gastou apenas 50% a mais de madeira. Como na situação descrita não constam as medidas, vamos imaginar que a mesa que dona Regina escolheu como modelo tivesse 80cm de comprimento por 40cm de largura.

Resolvendo o Problema

Pergunta	Resposta
1. Pergunta: Qual é em cm^2 a área dessa mesa?	Resposta: A área dessa mesa é 80 cm x 40 cm = 3200 cm^2
2. Pergunta: Se a mesa que Dona Regina encomendou deveria ter as medidas dos lados ampliadas em 50%, quais deveriam ser as novas medidas dos lados da mesa?	Resposta: As medidas dessa nova mesa seriam: 80 cm + 50% de 80 cm 80 cm + 40 cm = 120 cm 40 cm + 50% de 40 cm 40 cm + 20 cm = 60 cm As novas dimensões da mesa são 120cm por 60cm
3. Pergunta: Qual seria a área da mesa encomendada?	Resposta: A área dessa mesa é 120 cm x 60 cm = 7200 cm^2
4. Pergunta: Quantas vezes maior é a área da mesa encomendada em relação à área daquela que serviu de modelo?	Resposta: Podemos dividir 7200 cm^2 por 3200 cm^2. Assim, a mesa encomendada é 2,25 vezes maior pois 7200 ÷ 3200 = 2,25
5. Pergunta: Considerando o preço diretamente proporcional à área, qual deveria ser o preço da mesa encomendada?	Resposta: O preço da mesa encomendada deve ser 2,25 vezes maior que o preço da mesa que serviu de modelo. Assim 2,25 x 800 = 1800 Esses cálculos nos mostram que o "Seu" José estava de fato com a razão.

Agora, vamos analisar esta outra situação:

> *Luísa e Ana são sócias de uma doceria. Elas têm participações iguais, pois abriram essa loja com o mesmo capital. Mas, neste mês, elas não sabem como dividir o lucro de R$ 3600,00, pois ambas dedicaram à loja tempos diferentes: Luísa trabalhou, durante esse mês, 12 horas por dia e Ana apenas 8 horas.*

a) Você acha que elas devem dividir o lucro em partes iguais ou diferentes?

b) Como o contador da loja explicaria às sócias a diferença entre os valores que cada uma deveria receber?

Preste atenção às resoluções que vamos apresentar:

Resolução 1:

Total de horas diárias trabalhadas pelas sócias: 12 + 8 = 20
Razão que indica o número de horas de Luísa em relação ao total: $\frac{12}{20}$
Razão que indica o número de horas de Ana em relação ao total: $\frac{8}{20}$
Luísa deverá, portanto, receber $\frac{12}{20}$ do total, ou seja: $\frac{12}{20}$ de 3600 = $\frac{12}{20}$ x 3600 = 2160
Ana receberá $\frac{8}{20}$ do total: $\frac{8}{20}$ de 3600 = $\frac{8}{20}$ x 3600 = 1440

Resolução 2:

Outra resolução possível é a determinação da porcentagem de horas que cada um dos sócios trabalhou diariamente em relação ao total de horas:

Luísa: $\frac{12}{20} = \frac{60}{100}$ = 60% (60% de 3600 = 60% x 3600 = 0,6 x 3600 = 2160)

Ana: $\frac{8}{20} = \frac{40}{100}$ = 40% (40% de 3600 = 40% x 3600 = 0,4 x 3600 = 1440)

Este problema nos mostra que muitas vezes precisamos fazer divisões e nem sempre elas podem ser feitas em partes iguais. Para responder à questão do problema das sócias foi preciso fazer uma divisão em partes proporcionais.

Desenvolvendo Competências

5

Vamos resolver mais esse problema?

I. Afonso e Bernardo abriram uma locadora de vídeo. Apesar dos dois se dedicarem o mesmo número de horas a esta loja eles não dividem o lucro em partes iguais, pois os capitais com que entraram na firma são diferentes: Afonso empregou R$20.000,00 e Bernardo R$30.000,00. O lucro de um mês foi de R$2.400,00. O contador fez os cálculos e Afonso recebeu R$960,00 enquanto Bernardo recebeu R$1.440,00. Procure argumentar de modo a justificar os cálculos feito pelo contador.

II. Um carpinteiro fabrica tampos de mesa quadrados. O tampo de mesa cujo lado mede 0,8m custa R$120,00. A respeito do preço de uma mesa do mesmo tipo e com 2,40m de lado, pode-se afirmar que ele deverá ser:

a) 3 vezes maior, pois o lado da mesa é 3 vezes maior.
b) 3 vezes maior, pois a área do tampo é 3 vezes maior.
c) 6 vezes maior, pois a área do tampo é 6 vezes maior.
d) 9 vezes maior, pois a área do tampo é 9 vezes maior.

A proporcionalidade e a avaliação de propostas de intervenção na realidade

Já analisamos várias situações em que a idéia de proporcionalidade é usada para resolver problemas do dia a dia, da própria Matemática e de outras áreas do conhecimento. Mas vimos que é preciso tomar cuidado porque nem todas as grandezas têm variação proporcional.

Em nosso cotidiano, nos deparamos com situações em que usamos essa noção como parâmetro para tomar decisões e construir argumentos a respeito de uma determinada opção de compra ou de venda.

Os institutos de pesquisa, por exemplo, para indicar a preferência da população por um determinado candidato não podem e nem precisam consultar todo mundo. Basta que o grupo que vai ser consultado seja constituído, proporcionalmente, pelos diversos segmentos de nossa sociedade para poder representá-la. Ou seja, é preciso obter uma amostra representativa.

Uma questão que envolve a proporcionalidade, alvo de discussões de alguns políticos e por diversos segmentos de nossa sociedade, é a questão salarial.

Sobre a reposição salarial, vamos analisar a seguinte situação:

A lista abaixo mostra os salários de uma firma em ordem crescente. Eles foram numerados de acordo com os valores: o salário número 1 é menor: 300 reais, enquanto o de número 9 é o maior: 2.700 reais.

Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Salário	300	600	900	1200	1500	1800	2100	2400	2700

A firma resolveu dar um abono salarial de 20% a todos seus funcionários.

Preencha a tabela com os novos salários:

Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Salário									

Todos os acréscimos foram proporcionais: o salário que é o dobro de um outro teve o dobro de acréscimo em reais que esse outro. Veja: quem ganhava 300 reais teve um aumento de 60 reais e quem ganhava 9 vezes mais, ou seja 2700 reais, teve um acréscimo 9 vezes maior: 540 reais. O Gráfico 5 mostra os salários dessa firma antes e depois do aumento.

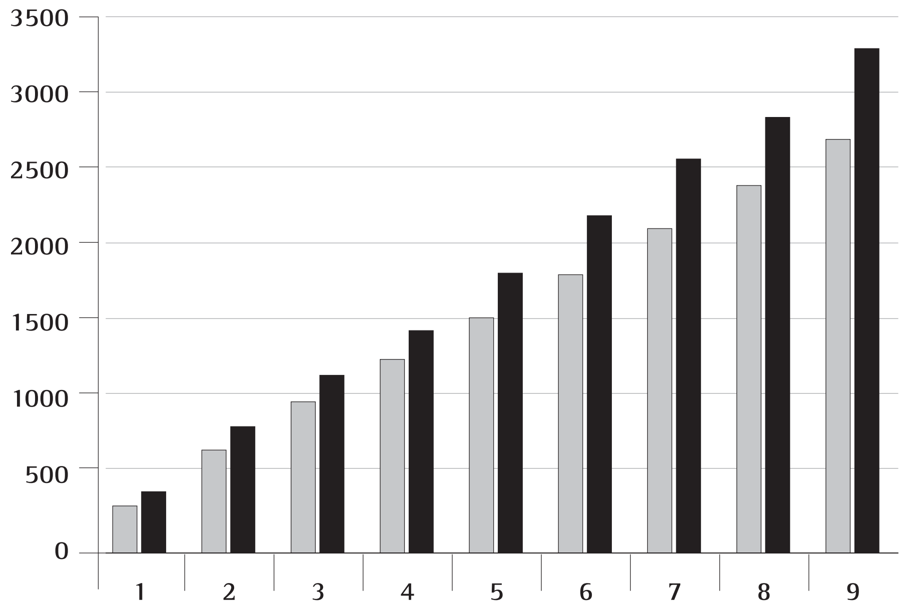


Gráfico 5

Analisando o Gráfico 5 o que você pode perceber? O que você acha a respeito?

Aumentar os salários apenas por uma única taxa aumenta, ainda mais, a diferença entre os salários. Uma boa medida é a aplicação de taxas diferentes para os diversos salários. Desse modo, as diferenças entre os salários seriam cada vez menores. A aplicação geral desse princípio certamente contribuiria para uma melhor distribuição de renda.

O cálculo do imposto de renda (IR) é feito segundo esse princípio. Para evitar distorções, a receita federal tem aplicado diferentes índices para pagamento de imposto de renda: quem ganha mais paga uma taxa maior do que quem ganha menos. Ou seja, paga proporcionalmente mais. Para o cálculo anual do imposto de renda de pessoa física para o exercício de 2003, ano-calendário de 2002, a Receita Federal divulgou a tabela progressiva:

Base de cálculo anual em R$	Alíquota	Parcela a deduzir do imposto em R$
Até 12.696,00	–	–
De 12.696,01 até 25.380,00	15,0	1.904,00
Acima de 25.380,00	27,5	5.076,90

Desenvolvendo Competências

6

Por meio dessa tabela podemos verificar que, por exemplo, o contribuinte que ganhar em um ano um valor acima de R$25.380,00 deverá calcular assim o imposto devido: obter 27,5% da renda anual e subtrair R$5.076,00 do resultado.

I. Procure argumentos para explicar a razão de haver essa terceira coluna, que trata da parcela de imposto a deduzir.

II. O valor recebido por Paulo durante o ano de 2002 foi de R$25.000,00 e o de Jussara foi de R$50.000,00 sem descontos.

a) Quanto Paulo deverá pagar de imposto de renda (IR)? E Jussara?

b) Jussara ganha o dobro de Paulo, mas paga de IR bem mais que o dobro. Procure argumentos para explicar esse fato.

Você poderia pesquisar sobre o imposto predial: o imposto a ser pago por uma casa cuja área é 4 vezes menor que uma outra, é também 4 vezes menor que o imposto dessa outra? Quais são os fatores que influenciam no estabelecimento dos impostos de uma casa? Procure argumentos para explicar que o imposto a ser pago depende da área da casa, mas não é diretamente proporcional a sua área.

Conferindo seu Conhecimento

1

I. R$ 2.500,00.

2

I.

Velocidade (km/h)	60	120	30	20	15	10
Tempo (h)	3	1,5	6	9	12	18

Não. Se fossem diretamente proporcionais, o triplo de fotos custaria o triplo do preço, ou seja 3 x R$ 4,00 = R$ 12,00.

II. Resposta (d).

III. Para cada R$ 100,00 deve-se descontar R$ 30,00.

IV. 10% de 180 = 18 e 5% de 180 = 9, portanto 15% de 180 = 18 + 9 = 27.

3

I. Veja a tabela:

Nº de bombons por embalagem	2	3	4	6	9	12
Nº de embalagens necessárias	18	12	9	6	4	3

II. a) aproximadamente 0,1mg.

b) a quantidade de nicotina do sangue diminui com o tempo; mesmo depois de 6h horas que a pessoa terminou de fumar, há ainda nicotina no sangue proveniente desse cigarro.

c) Não. A quantidade de nicotina diminui com o decorrer do tempo.

III. a) 60cm.

b) Não se pode prever. Pode-se dizer que possivelmente sua altura será maior que 110cm.

c) Não.

d) Não.

IV. Resposta (d).

3.1 16.

4

I. Resposta (a).

II. Resposta (b).

III. Resposta (c).

5

I. Bernardo deve receber 50% a mais que Afonso, porque empregou 50% a mais do que empregou Afonso.

II. Resposta (c).

5.1

Nº	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Salário	360	720	1.440	1.440	1.800	2.160	2.520	2.880	3.240

5.2 A diferença existente entre os salários aumenta ainda mais. Por exemplo: a diferença entre os salários 1 e 9 que era de R$2.400,00 passa a ser R$2.980,00.

6

I. Para evitar distorções para os valores próximos aos limites das faixas. Se não houvesse essa parcela a deduzir seria melhor, por exemplo, receber anualmente R$ 12.000,0 do que R$ 13.000,00. Verifique!

II. Paulo pagará R$1.904,40 (15%) e Jussara R$5.076,90 (27,5%).

Orientação final

Para saber se você compreendeu bem o que está apresentado neste capítulo, verifique se está apto a demonstrar que é capaz de:

- Identificar grandezas direta e inversamente proporcionais, e interpretar a notação usual de porcentagem.
- Identificar e avaliar a variação de grandezas para explicar fenômenos naturais, processos socioeconômicos e da produção tecnológica.
- Resolver problemas envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais e porcentagem.
- Identificar e interpretar variações percentuais de variável socioeconômica ou técnico-científica como importante recurso para a construção de argumentação consistente.
- Recorrer a cálculos com porcentagem e relações entre grandezas proporcionais para avaliar a adequação de propostas de intervenção na realidade.

Capítulo VII

A ÁLGEBRA: SUAS FUNÇÕES E SEUS USOS

Construir e utilizar conceitos algébricos para modelar e resolver problemas.

Angélica da Fontoura Garcia Silva

Capítulo VII

A Álgebra: suas funções e seus usos

A Álgebra é um conhecimento bastante antigo. Historiadores da Matemática contam que a palavra “álgebra” tem origem no título de livro “Ál-jabr”, escrito por Al-Khowarizmi, que descrevia conhecimentos dos árabes sobre equações.

De início, as situações algébricas eram descritas por palavras, posteriormente, surgiu uma mistura de palavras e símbolos. Por volta de 1500, na Europa, uma simbologia moderna começou a despontar.

A Álgebra foi se sofisticando e ampliando seus domínios, além de ter inúmeras aplicações em outras áreas do conhecimento.

A linguagem da Álgebra

Quando estudamos Matemática, podemos perceber que, juntamente com a Aritmética e a Geometria, a Álgebra desempenha importante papel.

A Álgebra tem diferentes funções. Uma delas é generalizar propriedades aritméticas que conhecemos. Quer ver um exemplo?

Certamente você sabe que 3 + 2 = 2 + 3, e que tal propriedade é chamada de comutativa da adição. Poderíamos então pensar: essa propriedade vale para outros números? Em caso afirmativo, para representar essa generalização, podemos escrever:

a + b = b + a, quaisquer que sejam os números a e b.

Vamos analisar uma outra situação em que o uso da linguagem algébrica é interessante.

O Código Florestal Brasileiro, Lei 4771/65, em seu artigo 20º, considera área de preservação permanente as florestas e demais formas de vegetação natural situadas, entre outras, ao longo dos rios ou de qualquer curso d’água, desde o seu nível mais alto, em faixa marginal com largura mínima de:

a) 30 (trinta) metros para os cursos d’água de menos de 10 (dez) metros de largura;

b) 50 (cinqüenta) metros para cursos d’água que tenham de 10 (dez) a 50 (cinqüenta) metros de largura;

c) 100 (cem) metros para cursos d’água que tenham de 50 (cinqüenta) a 200 (duzentos) metros de largura;

d) 200 (duzentos) metros para cursos d’água que tenham de 200 (duzentos) a 600 (seiscentos) metros de largura;

e) 500 (quinhentos) metros para cursos d’água que tenham largura superior a 600 (seiscentos) metros.

Um jornalista quer colocar esses itens em uma matéria de jornal, mas precisa economizar espaço e facilitar a compreensão. Confira como ele usou a tabela para organizar a informação “Dados sobre medidas”. Dê sua opinião a respeito:

Largura mínima	*Cursos de largura d*
30m	d < 10m
50m	10m < d < 50m
100m	50m < d < 200m
200m	200m < d < 600m
500m	d > 600 m

Podemos também usar a linguagem da Álgebra para estabelecer relação entre duas grandezas. Vejamos: se um produto custa R$ 3,00 e ele é vendido sempre por esse preço, sem desconto, podemos representar a relação entre a quantidade de produtos comprados e o preço pago, escrevendo:

$p = 3n$

Nessa igualdade, o que indicam as letras p e n?

Em geral, as pessoas associam a Álgebra ao uso de letras. Em algumas expressões usadas cotidianamente, idéias algébricas se fazem presentes.

Observe:

> *Existem "n" formas de resolver essa questão.*
> ***Esse é exatamente o "x" da questão.***

Como você interpreta as letras **n** e **x** usadas nessas duas frases?

Em nosso estudo vamos usar letras com a função de incógnita e também com a função de variável. Você quer saber qual a diferença entre essas duas funções?

Resolvendo o Problema

Observe os exemplos de problemas apresentados a seguir:

I. Qual é o número que, adicionado ao seu dobro, resulta 99?

II. Qual o preço pago, respectivamente, por n produtos cujo preço unitário é de R$ 3,00?

No primeiro caso, podemos representar o problema por meio de uma equação (mais adiante falaremos desse assunto):

$x + 2x = 99$

Para resolver a equação precisamos achar o valor da incógnita x que, de início, é desconhecido. Podemos ir atribuindo diferentes valores para x, até encontrar um que torne essa igualdade verdadeira. No caso é o número 33.

No segundo caso, podemos escrever $p = 3n$ e, para calcular o preço p de 25 produtos, basta substituir n por 25, obtendo p igual a 75. Como você pode observar, o preço p varia em função da quantidade de produtos adquiridos.

Nesse caso dizemos que n representa uma variável.

Agora, preste atenção nesta história:

O mágico de um famoso circo chamou pessoas da platéia para participar de uma brincadeira. Antonio, Carlos e Sandra, se apresentaram. O mágico disse-lhes então que deveriam adivinhar que transformação faria com números falados por eles.

- Antonio falou 2 e o mágico respondeu 4.
- Carlos disse 5, o mágico respondeu 10.
- Sandra falou 25, o mágico respondeu 50.

Você já percebeu que o número falado pelo mágico é sempre o dobro do número dito pelos participantes: algebricamente $y=2x$, com y sendo o número que o mágico respondeu e x o número que a pessoa da platéia falou.

Desenvolvendo Competências

1

I. Se a brincadeira continuasse e outra participante dissesse 15, qual seria a resposta do mágico? E se outro participante dissesse 2,5, o que o mágico deveria responder?

II. Agora analise estes outros casos e escolha a alternativa que representa a regra usada pelo mágico em cada um (y é o número que o mágico respondeu e x o número que a platéia falou).

A platéia falou	7	14	2	9	215	10
O mágico respondeu	8	15	3	10	216	11

a) $y = x + 2$ b) $y = 2x$ c) $y = x + 1$ d) $y = 3x$

A platéia falou	2	4	20	7	2,5	0
O mágico respondeu	5	7	23	10	5,5	3

a) $y = x + 2$ b) $y = 2x$ c) $y = 4x$ d) $y = x + 3$

A platéia falou	3	4	15	50	1,5	25
O mágico respondeu	7	9	31	101	4	51

a) $y = x + 1$ b) $y = 2x + 1$ c) $y = 3x - 2$ d) $y = 3x$

III. Observe agora esta outra brincadeira de adivinhação, feita em 5 etapas.

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Pense em um número	Multiplique por 4	Adicione 8	Divida por 4	Subtraia 2.

Você poderia afirmar que, independentemente do número pensado, o resultado final obtido é o mesmo que o número que você pensou. Ou é mera coincidência?

Por meio da Álgebra, podemos verificar que não se trata de mera coincidência. Veja:

x	$4x$	$4x+8$	$(4x+8):4$	$x + 2 - 2$
			$x+2$	x

IV. Complete as tabelas e indique em que caso(s) o resultado é igual ao número pensado.

a)

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Pense em um número.	*Multiplique por 4.*	*Subtraia 2 unidades.*	*Divida o total por 2.*	*Adicione 1.*

b)

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Pense em um número.	*Subtraia 3.*	*Divida por 5 .*	*Subtraia* $\frac{2}{5}$.	*Multiplique por 5.*

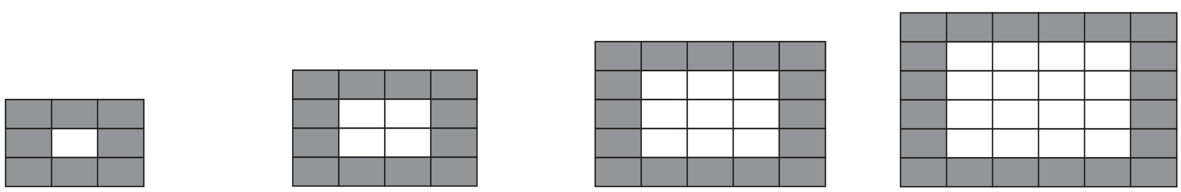
c)

1ª	2ª	3ª	4ª	5ª
Pense em um número.	*Adicione 3.*	*Subtraia 3.*	*Multiplique por 2.*	*Divida por 2*

Desenvolvendo Competências

2

I. Por meio da álgebra podemos generalizar padrões geométricos. Observe a seqüência de figuras abaixo e escolha a expressão que indica corretamente a relação entre o número de quadrinhos brancos (representado por n), no interior de cada figura, e o número de quadrinhos que formam cada lado (representado por x):



a) $n = x^2 - 2$ b) $n = (x - 2)^2$ c) $n = x^2 - 3x$ d) $n = x^2 - 3$

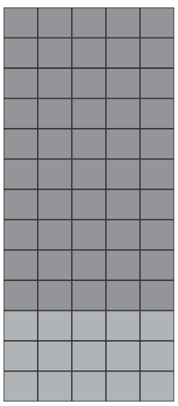
II. Numa seqüência de números, cada número é determinado pela lei $n = 6x + 4$, em que x indica a posição que o número ocupa na seqüência. Complete a tábua dos dez primeiros números dessa seqüência:

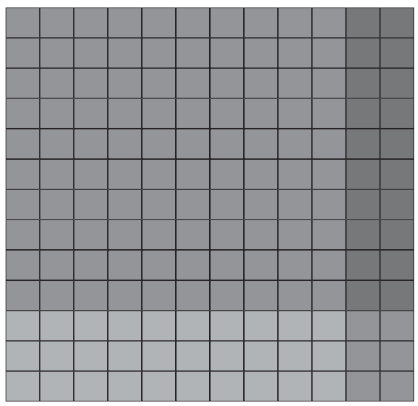
x	1	2							
n	10	16	...	...	...	...	...	...	...

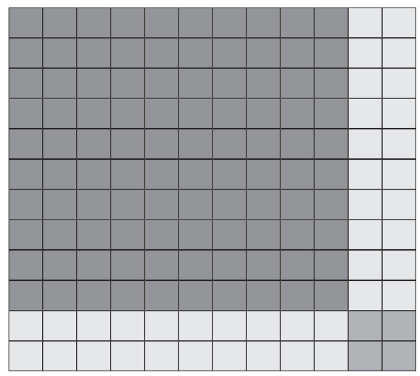
III. Faça o mesmo para uma seqüência em que cada número é determinado pela lei $n = x^3 - x^2$

x	1	2							
n	0	4	...	...	...	...	...	...	...

IV. Agora vamos verificar como podemos calcular as áreas usando uma propriedade bastante conhecida na aritmética, que é a propriedade distributiva da multiplicação, em relação à adição. Observe as figuras abaixo.

a)


b)


c)


Na primeira, podemos dizer que a área total pode ser representada pela soma de duas áreas assim obtidas:

A = 5 x (3 + 10) = 15 + 50 = 65

Genericamente, podemos representar essa situação da seguinte maneira:

A = a x (b + c) = ab + ac

Na segunda, a área total pode ser representada pela soma de quatro áreas assim obtidas:

A = (10 + 2) . (10 + 3) = 100 + 20 + 30 + 6 = 156

Genericamente, podemos representar essa situação da seguinte maneira:

A = (a + b) (c + d) = ac + ad + bc + bd

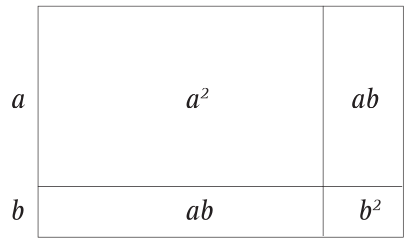
Finalmente, na terceira, temos:

A = (10 + 2) . (10 + 2) = 100 + 20 + 20 + 4 = 144

Genericamente, podemos representar essa situação da seguinte maneira:

$A = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2$

Ou ainda, $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$



V. Usando as informações acima, determine os seguintes quadrados:

a) $(x + y)^2 =$

b) $(2x + y)^2 =$

c) $(x + 2y)^2 =$

d) $(2x + 3y)^2 =$

A Álgebra e a compreensão de fenômenos naturais e de processos da produção tecnológica

Os cientistas utilizam a Álgebra para expressar leis que explicam fenômenos físicos. Um deles refere-se à queda de corpos. Eles chegaram a uma fórmula que permite calcular, de forma aproximada, o tempo gasto (em segundos) por um corpo que cai de uma certa altura (em metros):

$$t = 0,45 \sqrt{h}$$

Assim, se quisermos descobrir quanto tempo levaria um objeto para chegar ao solo, caindo de um prédio de 25m, basta multiplicar a raiz quadrada de 25 por 0,45:

$$t = 0,45 \sqrt{25}$$

$$t = 0,45 \,.\, 5 = 2,25$$

Por meio dessa fórmula, também podemos encontrar a altura de onde o corpo foi abandonado se conhecermos o tempo que ele levou para cair.

Resolvendo o Problema

Uma pedra cai do topo de um edifício e leva 4,5 segundos para chegar ao solo. Qual é a altura desse prédio?

Por meio da álgebra também podemos calcular o tempo que os satélites artificiais levam para dar uma volta completa em torno da Terra, também chamada de "período". Esses satélites retransmitem sinais de TV e de telefone para qualquer parte do planeta. O período pode ser calculado por meio da fórmula:

$$T=2\square r/v$$

Em que:

T é o período,

$2\square r$ é o comprimento da sua órbita circular,

r é o raio da órbita,

v a velocidade do satélite.

Alguns satélites são chamados de estacionários, porque dão a impressão, para quem olha aqui da Terra, que estão parados. Como será que isso acontece?

Calculando o período de um satélite que é colocado em órbita sobre o Equador, a uma velocidade de 10.800 km/h, sendo 260.000 km o comprimento da sua órbita, obtemos, aproximadamente, 24h. Esse tempo corresponde ao período de rotação da Terra, o que dá ao observador a impressão de que o satélite está parado.

Usando a Álgebra para construir modelos e resolver problemas

Para resolver problemas utilizando a Álgebra, precisamos ser capazes de criar um modelo que representa a proposta, ou seja, traduzir essa situação algebricamente, de forma adequada. Já vimos um exemplo no problema em que desejávamos saber que número, adicionado ao seu dobro, resulta 99.

3 Desenvolvendo Competências

I. No quadro abaixo você pode observar que cada situação-problema foi traduzida algebricamente. Analise o que cada letra está representando nesses exemplos. Determine o valor que torna as igualdades verdadeiras.

O dobro da minha idade é igual a 50. Qual é a minha idade?	$2x = 50$
Recebi um aumento de R$30,00 e passei a ganhar R$ 210,00. Qual era o meu salário?	$a + 30 = 210$
O triplo de um número mais duas unidades é igual a onze. Que número é esse?	$3b + 2 = 11$
A idade de Pedro é metade da de Carlos. A soma das duas idades é 30 anos. Qual é a idade de Carlos?	$x + \frac{x}{2} = 30$

II. Traduza, algebricamente, cada uma das situações e encontre a solução, testando-as.

(a) Um número aumentado em três unidades é igual a sete. Que número é esse?

(b) Um número menos cinco é igual a 12. Qual é esse número?

(c) Sete menos um número é igual a 3. Que número é esse?

(d) Aumentando 5 anos na idade de Antonio, obtemos 23. Qual é a idade de Antonio?

(e) A metade de um número mais cinco é igual a 10. Qual é esse número?

(f) O quociente de um certo número por 2 resulta 25. Qual é esse número?

(g) A soma de três números inteiros e consecutivos é 33. Quais são esses números?

(h) Somando os R$ 20,00 de Bruno com a metade do que tem Leonardo, dá para comprar um rádio de R$50,00. Quanto tem Leonardo?

(i) Com a terça parte de seu salário, José paga o aluguel que é de R$ 200,00. Qual o salário de José?

III. Que tal fazer o contrário? Invente uma situação que possa ser traduzida por:

(a) $2x + 5 = 15$

(b) $x + 2x = 69$

(c) $x + x/2 = 225$

Desenvolvendo Competências

4

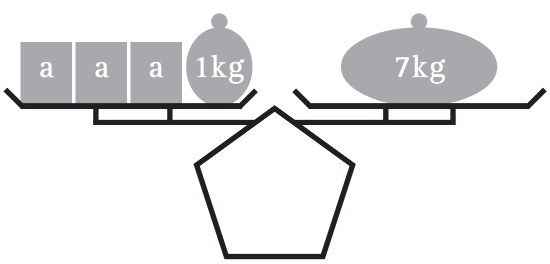
Sentenças matemáticas abertas (em que há pelo menos um valor desconhecido, isto é, uma incógnita) e que expressam uma igualdade, são denominadas EQUAÇÕES. Com base nessa definição, indique em quais dos itens temos, ou não, uma equação e justifique sua resposta.

		S	N	Justificativa
(a)	$5 \cdot 3 + 4$			
(b)	$5x + 4 = 7$			
(c)	$4x - 7$			
(d)	$3x^2 - 2x + 1 = 0$			
(e)	$5 + 3 = 8$			
(f)	$2x^2 = 5x$			
(g)	$\frac{x}{2} + 1 = \frac{1}{3}$			

A raiz da equação

O processo de resolução de uma equação pode ser comparado ao processo de equilíbrio de uma balança de dois pratos. Observe:

Uma balança de pratos está em equilíbrio. Num dos pratos há 3 pacotes de arroz, de mesmo peso, e um peso de 1 kg. No outro prato há um peso de 7kg. A figura ilustra a situação, que também pode ser representada pela equação:



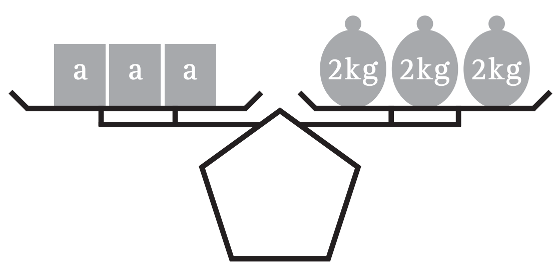
$$3a + 1 = 7$$

Para achar o peso de cada pacote de arroz, podemos retirar 1 kg de cada prato da balança, o que pode ser assim representado:

$$3a + 1 - 1 = 7 - 1$$

$$3a = 6$$

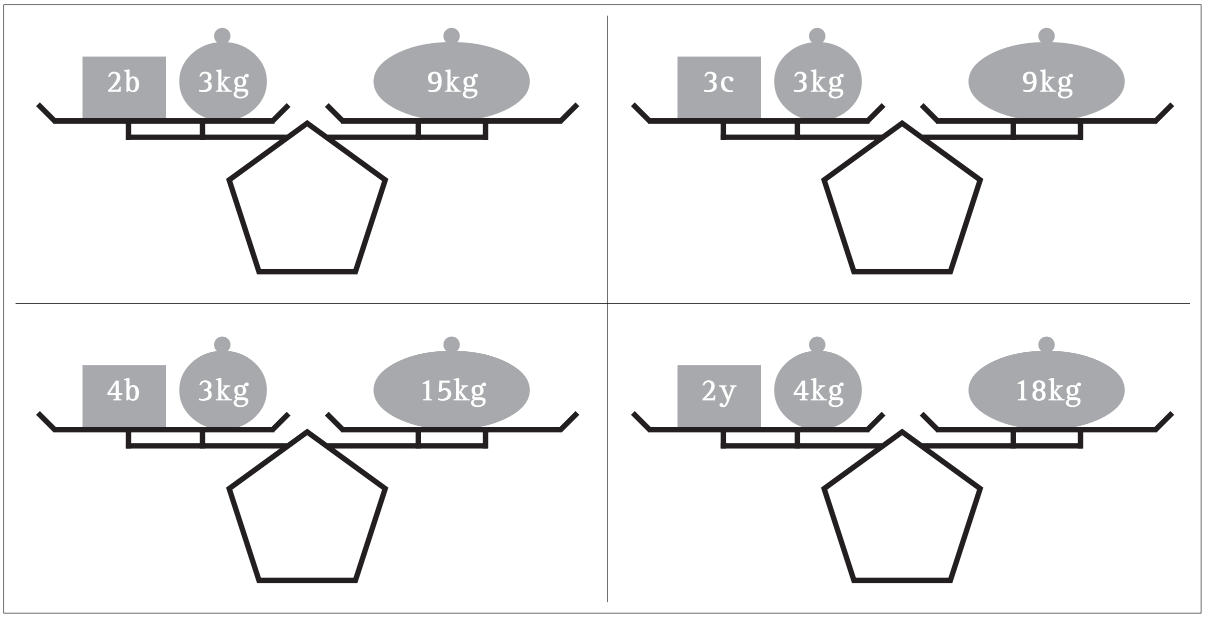
O peso de 6 kg pode ser decomposto em 3 pesos de 2 kg e, portanto, podemos afirmar que a = 2.



Esse valor encontrado, que verifica a igualdade 3a + 1 = 7, ou que torna 3a + 1 igual a 7, é também chamado de **raiz da equação.**

5 Desenvolvendo Competências

I. Agora é com você: descubra o peso dessas outras mercadorias em cada balança, escrevendo e resolvendo a equação adequada em cada caso .



II. Resolva estas equações.

a) $3x + 4 = 10$	b) $5x - 6 = 9$	c) $2x - 3 = 15$	d) $3x + 2 = 7$	e) $4x - 5 = 25$
f) $2x + 1 = 7$	g) $3x + 3 = 20$	h) $2x - 1 = 3$	i) $4x - 2 = 8$	j) $2x - 7 = 20$

As equações cujas soluções (ou raízes) são números inteiros são: ____________________

As equações cujas soluções (ou raízes) não são números inteiros são: ____________________

III. Na coluna em branco da 2ª tabela, escreva a letra que indica a equação que tem esse valor como raiz.

a)	$2x + 2 - 1 = 15$
b)	$\frac{x}{2} - 6 = 4$
c)	$2x + 3x + 10 = 70$
d)	$y - 12 + 2y = 48$

( )	12
( )	20
( )	7
( )	20

Resolvendo o Problema

Algumas equações são mais trabalhosas para serem resolvidas. Observe as soluções de Larissa e Lucas e explique os procedimentos usados por eles:

Equação resolvida por Larissa:	*Equação resolvida por Lucas:*
$(x + 2) - 2(x + 4) - x = -2$	$\frac{2w - 1}{2} = \frac{3w - 2}{3}$
$x + 2 - 2x - 8 - x = -2$ $x - 2x - x = -2 - 2 + 8$ $-2x .(-1) = 4 .(-1)$ $+2x = -4$ $x = -\frac{4}{2}$ $x = -2$	$\frac{3.(2w - 1)}{6} = \frac{2.(3w - 2)}{6}$ $6w - 3 = 6w - 4$ $6w - 6w = -4 + 3$ $0w = -1$ (não existe valor que se possa atribuir a w)

6 Desenvolvendo Competências

Resolva cada uma das equações abaixo. Mas antes, preste atenção no seguinte:

** você pode encontrar equações em que, qualquer que seja o valor atribuído à incógnita, a igualdade será falsa;*

** você pode encontrar equações indeterminadas, ou seja, aquelas em que qualquer que seja o valor atribuído à incógnita, a igualdade será verdadeira.*

a) $15 + 2x = 5$	b) $-4 = 6 - 2x$	c) $4x = x - 18$
d) $7x + 5 = 3x - 7$	e) $x + \frac{x}{3} = 1$	f) $3(x +2) + 5 = 10 - 2.(x - 2)$
g) $\frac{y}{3} - 1 = 2 - \frac{y}{5}$	h) $\frac{m - 1}{2} = \frac{m + 1}{3}$	i) $\frac{x - 1}{2} + \frac{m + 1}{3} = \frac{2x + 3}{5}$
j) $x + 5 = x + 6$		

Na padaria Bom Dia, seu Antonio confeccionou uma tabela para dizer rapidamente ao freguês quanto deve pagar pelos pães que levar. Mas aconteceu um pequeno acidente e a tabela ficou com algumas manchas de café. Observe:

Número de pães	*Preço (R$)*
1	0,10
2	0,20
3	0,30
[illegible]	0,40
5	[illegible]
6	[illegible]
7	0,70
8	[illegible]
9	0,90
10	1,00

Você acha que mesmo assim é possível saber esses valores borrados?

Como o seu Antonio faria para:

- calcular o preço de 100 pães?
- representar o preço de n pães?

Em expressões como p = 0,10 x n, em que p indica o preço e n a quantidade de pães, a letra n tem função de variável, ou seja, é uma quantidade que muda dependendo da quantidade de pães que se comprar.

Desenvolvendo Competências

7

Utilizando seus conhecimentos algébricos, crie um modelo para o problema proposto e resolva:

I. Bira tinha algumas economias em sua caderneta de poupança. Este mês conseguiu economizar o equivalente à décima parte do que já tem depositado. Depositando essa nova economia nessa caderneta, o total passou a R$ 6.050,00. Quanto Bira tinha antes na caderneta de poupança?

II. Marta comprou duas saias e uma blusa por R$ 80,00. A blusa custou R$ 5,00 a mais que cada uma das saias, que foram compradas pelo mesmo preço. Quanto ela pagou pela blusa e por uma saia?

III. Tia Vitória quer dar uma certa quantia a seus 2 sobrinhos para que comprem um presente. Mas antes resolveu desafiá-los, dizendo: tenho algumas notas de 10 reais e algumas notas de 5 reais na minha carteira para dar a vocês. Ao todo são 12 cédulas, que totalizam 95 reais. Quantas são as notas de cada tipo?

IV. Anita disse à Bia:

- Empreste-me R$100,00 e eu ficarei com a mesma quantia que você.

Bia respondeu:

- Dê-me R$100,00 e eu terei o dobro do que você tem.

Descubra quanto tem cada uma delas.

V. Se você adicionar 120 ao dobro de um número, vai obter 560. Que número é esse?

VI. A soma de dois números é 54. O maior é o dobro do menor. Que números são esses?

Ao traduzir estes problemas para a linguagem algébrica, você observará algumas situações em que a solução será encontrada a partir de uma equação e uma incógnita. Como, por exemplo, nos problemas 7.I e 7.V que tem as traduções:

$x + x/10 = 6.050$ e, portanto, $x= 5500$

$2x + 120 = 560$ e, portanto, $x=220$

Nas demais, você poderá encontrar equações com duas incógnitas, que poderão ser resolvidas como sistemas de equações. Por exemplo, para o problema 7.II, considerando x o preço da saia e y o preço da blusa, poderemos montar as equações:

$$\begin{cases} 2x + 1y = 80 & \text{(I)} \\ y = x + 5 & \text{(II)} \end{cases}$$

São duas equações que representam a situação descrita no problema, então o valor de x (saia) para a primeira equação será o mesmo da segunda, o mesmo ocorrendo com o valor de y (blusa). Poderemos resolver esse sistema utilizando-nos de um método chamado “substituição”.

Vejamos: como $y= x + 5$ (observando a equação II) , substituímos o valor de y na equação I: $2x +1y =80$,

Assim teremos:

$2x + (x+5) =80$

cuja solução é 25. Sabemos, então, que a saia custará R$25,00. Como a blusa é R$5,00 mais cara , o preço da blusa será R$30,00.

Você poderá encontrar esse e outros procedimentos de resolução de um sistema em qualquer livro que trate do assunto.

Certamente você conhece a fórmula que usamos para determinar a área de um retângulo de dimensões x e y. No caso particular em que essas dimensões são iguais, temos um quadrado e a fórmula é um caso particular em que $x = y$.

$A = x\,y$ **(área do retângulo)**

$A = x^2$ **(área do quadrado)**

Resolvendo o Problema

Traduza algebricamente os enunciados abaixo:

a) Determinar o lado de um quadrado que tem área igual a $36m^2$.

b) Determinar as dimensões de um retângulo que tem área igual a 128 cm^2, sabendo-se que o lado maior é o dobro do lado menor.

c) Determinar as dimensões de um retângulo que tem área igual a 21 m^2, sabendo-se que o lado maior tem 4m a mais que o lado menor.

Você percebeu algo em comum nestas equações? O que?

Essas equações são chamadas **equações de 2º grau** na incógnita x.

Elas podem ser representadas genericamente desta forma:

$ax^2 + bx + c = 0$, em que a, b e c são números reais e a • 0.

Nos exemplos acima temos as seguintes traduções:

a) $x^2 = 36$ ou $x^2 - 36 = 0$

b) $x\,(2\,x) = 128$ ou $2x^2 = 128$ ou $2x^2 -128 = 0$

c) $x\,(x + 4) = 21$ ou $x^2 + 4\,x = 21$ ou $x^2 + 4\,x - 21= 0$

$x^2 - 36 = 0$	$2x^2 - 128 = 0$
$x^2 = 36$	$2x^2 = 128$
$x = 6$ ou $x = -6$	$x^2 = 64$
	$x = 8$ ou $x = -8$

As duas primeiras são equações incompletas do 2º grau e podem ser resolvidas de modo bem simples:

Você pode observar que cada uma dessas equações tem duas raízes; no caso, uma positiva e outra negativa. No entanto, como estamos procurando a medida do lado de um quadrado e de um retângulo, a resposta negativa deve ser abandonada, pois não faz sentido. Concorda?

Já a resolução da equação $x^2 + 4\,x - 21= 0$, que é completa, precisa ser feita por um outro processo. Um dos mais conhecidos procedimentos é atribuído a Bhaskara (1114-1185), considerado o mais importante matemático hindu do século XII.

Você pode pesquisar em diferentes livros a conhecida fórmula de Bhaskara.

Podemos verificar se determinados valores são raízes de equações do 2º grau, por simples substituição.

Desenvolvendo Competências

8 Verifique, em cada caso, se os números indicados são ou não raízes:

a) $3x^2 + 15x - 18 = 0$	-6	+1
b) $2x^2 + 6x - 4 = 0$	-4	+1
c) $-3x^2 + 6x + 15 = 0$	+1	+2
d) $x^2 + 4x = 0$	0	-4
e) $x^2 - 16 = 0$	-4	+4
f) $x^2 + 4x - 5 = 0$	+1	-5
g) $x^2 - 36 = 0$	6	-6
h) $x^2 - 81 = 0$	0	-9

Usando a álgebra para argumentar

Em muitas cidades praianas do Brasil, alugam-se bicicletas aos turistas. Em Serra Azul, duas lojas prestam esse serviço: Alugabike, que cobra um aluguel de R$5,00 por dia mais uma taxa fixa de R$10,00 e Bikeshop, que cobra R$6,00 por dia. Na portaria do hotel, o gerente afixou duas tabelas, mostrando os valores referentes a 3 dias:

Bikeshop	
Tempo (dias)	Aluguel (em R$)
1	6 . 1 = 6
2	6 . 2 = 12
3	6. 3 = 18

Alugabike	
Tempo (dias)	Aluguel (em R$)
1	5 .1 + 10 = 15
2	5 . 2 + 10 = 20
3	5 . 3 + 10 = 25

Resolvendo o problema

Complete a tabela e responda:

a) Qual das duas lojas você escolheria se você fosse alugar as bicicletas por 4 dias?

b) Você mudaria de loja se fosse alugar por 8 dias ? E por 15 dias? Justifique sua resposta.

c) Qual seria o valor a ser pago em cada loja por um número x de dias?

d) Existe alguma quantidade de dias para a qual é indiferente a escolha? Em caso afirmativo, qual é ?

Este problema pode ser resolvido ampliando-se a tabela até descobrir o dia em que o preço do aluguel será o mesmo em qualquer das duas.
A resposta pode ser obtida, também, igualando-se B (aluguel na Bikeshop) e A (Aluguel na Alugabike):

$B = 6.\ x$ e $A = 5.\ x + 10$

$6x = 5x + 10$

$x=10$

No décimo dia, o preço, portanto, é indiferente à escolha da loja em relação ao preço do aluguel.

Desenvolvendo Competências

9

I. Cláudio mora numa cidade e estuda em outra a 10km de onde mora. Como não tem transporte coletivo que o leve à escola, precisa contratar um táxi. Pesquisou os preços. Na cidade Brejo Seco o táxi custa R$6,00 a bandeirada, mais R$2,00 o quilômetro rodado. Tentou negociar o preço e recebeu a proposta de tirar o valor da bandeirada, porém cobrar R$3,00 o quilometro rodado. Cláudio pensou, pensou, e resolveu não aceitar a oferta. Você consegue descobrir por que? Descubra as expressões algébricas que representam as duas propostas.

Será que, neste caso, também haveria uma distância em que ambas as propostas representassem o mesmo gasto?

Usando a álgebra para entender propostas de intervenção na realidade.

Anualmente os brasileiros devem declarar seus rendimentos à Receita Federal e, se for o caso, pagar o chamado Imposto de Renda. Muitas pessoas, no entanto, pagam esse tributo na fonte, ou seja, mensalmente já vem descontado um valor em seu salário. Na tabela abaixo, há informações sobre o desconto na fonte para pessoa física, exercício de 2002, ano calendário de 2001:

IMPOSTO DE RENDA • Desconto na fonte

Base de cálculo (R$)	Alíquota %	Parcela a deduzir (R$)
Até 1.058,00	-	Isento
Acima de 1.058,01 até 2.115,00	15	158,70
Acima de 2.115,01	27,50	423,08

Tabela 1

II. Com o auxílio de uma calculadora e analisando a tabela, responda:
a) Pedro recebeu no ano de 2001 um salário mensal de R$392,00. Mensalmente, ele pagará imposto ou ficará isento?
b) O salário mensal de Cláudio em 2001 era de R$ 1.200,00. Quanto ele tinha retido na fonte, mensalmente?

Você deve ter observado que a porcentagem da alíquota (taxa) a ser paga, assim como a parcela a deduzir, variam de acordo com o salário recebido. Esta variação acontece por faixas de salário. Por que você acha que isso acontece?

Para não cobrar a mesma taxa para todos os trabalhadores, o governo utiliza alíquotas diferentes, dependendo da faixa salarial. Mas ao utilizar este método sem deduzir nenhum valor, haveria o risco de tratar de forma injusta pessoas que tivessem salários próximos a estas faixas. Por exemplo: Se não houvesse o valor a deduzir, quem ganhasse R$ 1.000,00 estaria isento.

Já quem ganhasse R$ 1.100,00 pagaria R$165,00.

Resolvendo o Problema

Nesse caso não haveria vantagem nenhuma em se ganhar estes R$100,00 a mais.

Então, utiliza-se o desconto para acertar estes casos: R$ 165,00 - R$ 158,70 = R$6,30.

Confira agora o que estamos falando, descubra os valores a serem pagos para os salários:

Salário	*Alíquota*	*Calculo da %*	*Parcela a deduzir*	*Imposto a pagar*
R$ 1.058,00	Isento	-		
R$ 1.058,01	15%		R$158,70	
R$ 2.115,00	15%		R$ 158,70	
R$ 2.115,01	27,5%		R$423,08	

Tabela 2

Desenvolvendo Competências

10

I. Com base na Tabela 1, responda:

A expressão 0,15x - 158,70 pode ser usada para calcular o imposto a ser descontado no salário de uma pessoa que ganha:

a) R$ 900,00.

b) R$ 1.200,00.

c) R$ 2.300,00.

d) R$ 2.500,00.

II. A expressão 0,275x - 423,08 pode ser usada para calcular o imposto a ser descontado no salário de uma pessoa que ganha:

a) R$ 900,00.

b) R$ 1.200,00.

c) R$ 1.500,00.

d) R$ 2.500,00.

Vamos utilizar essa idéia para ajudar o Seu Ricardo, que pretende dar aumento aos funcionários. Se o aumento fosse de 20% para todos os trabalhadores, quem ganha R$ 300,00 teria um aumento de R$ 90,00. Já o trabalhador que ganha R$ 2.000,00 teria um aumento de R$ 600,00. Ele fez algumas contas e verificou que não pode dar o mesmo índice para todos, pois não teria recursos para isso.

Então, resolveu dar o aumento em duas faixas: 30% para quem ganha até R$ 500,00 e 20% para quem ganha mais que R$ 500,00. Construindo uma tabela, ele decidiu que, além dos 20% para quem ganha acima de R$ 500,00, ele daria um abono de R$ 50,00.

Salário	Alíquota	aumento
R$ 500,00	*30%*	*150,00*
R$501,00	*20%*	*100,20*

III. Você considera acertada a decisão do Seu Ricardo? Justifique sua resposta.

IV. A expressão algébrica que poderá ser utilizada para fazer o cálculo de quem ganha acima de R$ 500,00 (com S representando o salário com aumento e x o salário anterior) será:

a) $S = 1{,}2 .\ x + 50$

b) $S = 1{,}3 .\ x + 50$

c) $S = 1{,}2\ x + 20$

d) $S = 1{,}3\ x + 20$

Conferindo seu conhecimento

1

I. Se o participante disser 15 o mágico dirá 30; se o participante disser 2,5 o mágico dirá 5.

II. (c); (d); (b).

IV.

a)

x	$4x$	$4x - 2$	$\frac{4x-2}{2} = 2x - 1$	$2x - 1 + 1 = 2x$

b)

x	$x - 3$	$\frac{x-3}{5}$	$\frac{x-3-2}{2} = \frac{x-5}{5}$	$\frac{5.x-5}{5} = x - 5$

c)

x	$x + 3$	$x + 3 - 3 = x$	$x.2$	$\frac{2x}{2} = x$

2

I. (b)

II.

3	4	5	6	7	8	9	10
22	28	34	40	46	52	58	64

III.

3	4	5	6	7	8	9	10
19	48	100	180	294	448	648	900

V.

a) $x^2 + 2xy + y^2$

b) $4x^2 + 4xy + y^2$

c) $x^2 + 4xy + 4y^2$

d) $4x^2 + 12xy + 9y^2$

3

I.

x representa minha idade; $x = 25$ *anos*

a indica meu salário sem aumento; $a =$ *R\$180,00*

b representa um número; $b = 3$

x representa a idade de Carlos; $x = 20$ *anos*

II.

a) $x + 3 = 7; x = 4$

b) $x - 5 = 12; x = 17$

c) $7 - x = 3; x = 4$

d) $x + 5 = 23; x = 18$

e) $\frac{x}{2} + 5 = 10; x = 10$

f) $\frac{x}{2} = 25 ; x = 50$

g) *Os números são 10,11,12*

h) $20 + \frac{x}{2} = 50; x = 60$

i) $\frac{x}{3} = 200; x = 600$

4

a) *Não, porque não é sentença matemática aberta: expressa igualdade.*

b) *Sim.*

c) *Não, porque não é expressa por uma igualdade.*

d) *Sim.*

e) *Não, porque não é sentença matemática aberta.*

f) *Sim.*

g) *Sim.*

5

I.

$2b + 3 = 9; b = 3$

$3c + 3 = 9; c = 2$

$4b + 3 = 15; b = 3$

$2y + 4 = 18; y = 7$

II.

a) $x = 2$

b) $x = 3$

c) $x = 9$

d) $x = \frac{5}{3}$

e) $x = \frac{15}{2}$

f) $x = 3$

g) $x = \frac{17}{3}$

h) $x = 2$

i) $x = \frac{5}{2}$

j) $x = \frac{27}{2}$

III.

a) 7

b) 20

c) 12

d) 20

6

a) -5

b) 5

c) -6

d) -3

e) $\frac{3}{4}$

f) -1

g) $\frac{45}{8}$

h) 5

i) $\frac{23}{13}$

j) Qualquer que seja o valor atribuido à incógnita, a igualdade será falsa.

7

I. R$ 5.500,00

II. A saia custa R$ 25,00 e a blusa custa R$30,00.

III. São 5 notas de R$5,00 e 7 notas de R$10,00.

IV. Anita tem R$ 200,00 e Bia tem R$300,00.

V. Os números são 18 e 36.

8

São raízes a; d; e; f; g.

p. 161

a) *Bikeshop.*

b) *Em 8 dias não mudaria, pois na Bikeshop gastaria R$48,00 e na Alugabike gastaria R$50,00. Em 15 dias mudaria: na Bikeshop gastaria R$90,00 e, na Alugabike, R$ 85,00.*

c) $6 \cdot x$ e $5x + 10$.

d) *10 dias*

9

I.

Primeira proposta = R$26,00; segunda proposta = R$30,00

$P = 6 + 2 \cdot x$; $S = 3x$

Se a distância fosse 6km o preço é indiferente

II.

a) Isento

b) R$21,30

10

I. Resposta (b).

II. Resposta (d).

III. Resposta pessoal

IV. Resposta (a).

Orientação final

Para saber se você compreendeu bem o que está apresentado neste capítulo, verifique se está apto a demonstrar que é capaz de:

- Identificar, interpretar e utilizar a linguagem algébrica como uma generalização de conceitos aritméticos.
- Caracterizar fenômenos naturais e processos da produção tecnológica, utlizando expressões algébricas e equações de 1º e 2º graus.
- Utilizar expressões algébricas e equações de 1º e 2º graus para modelar e resolver problemas.
- Analisar o comportamento de variável, utilizando ferramentas algébricas como importante recurso para a construção de argumentação consistente.
- Avaliar, com auxílio de ferramentas algébricas, a adequação de propostas de intervenção na realidade.

Capítulo VIII

A ESTATÍSTICA E SUA IMPORTÂNCIA NO MUNDO DA INFORMAÇÃO

INTERPRETAR INFORMAÇÕES DE NATUREZA CIENTÍFICA E SOCIAL OBTIDAS DA LEITURA DE GRÁFICOS E TABELAS, REALIZANDO PREVISÃO DE TENDÊNCIA, EXTRAPOLAÇÃO, INTERPOLAÇÃO E INTERPRETAÇÃO.

Edda Curi

Capítulo VIII

A Estatística e sua importância no mundo da informação

Certamente você já ouviu falar que estamos vivendo na era da informação. Fala-se muito em sociedade do conhecimento. Por meio das chamadas mídias, a cada segundo recebemos informações não só da própria cidade onde moramos, como também de lugares distantes.

Você já reparou que, além de textos informativos, os jornais, as revistas e a televisão apresentam outros tipos de representações gráficas para transmitir informações? Veja só:

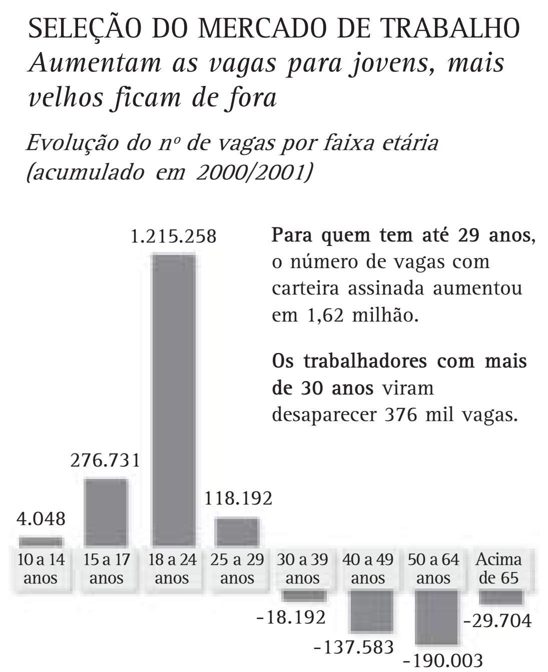


Figura 1

Ministério do Trabalho e Emprego. *Folha de São Paulo*, São Paulo, 24 abr. 2002.

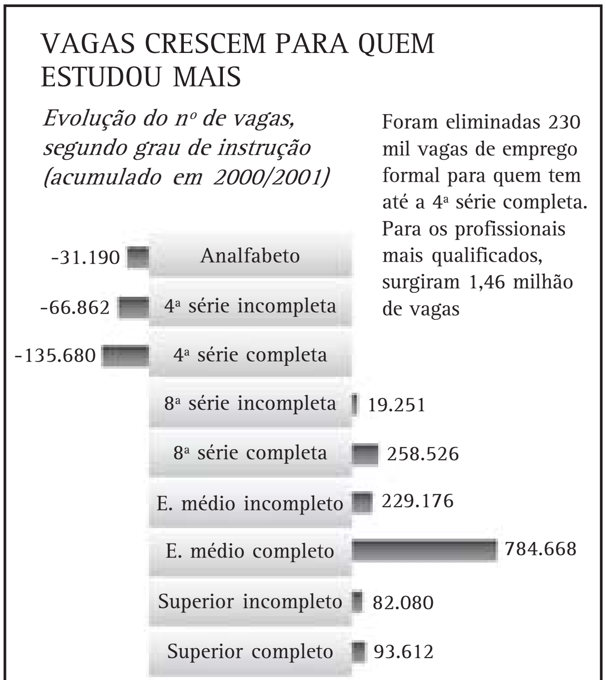


Figura 2

Ministério do Trabalho e Emprego. *Folha de São Paulo*, São Paulo, 24 abr. 2002.

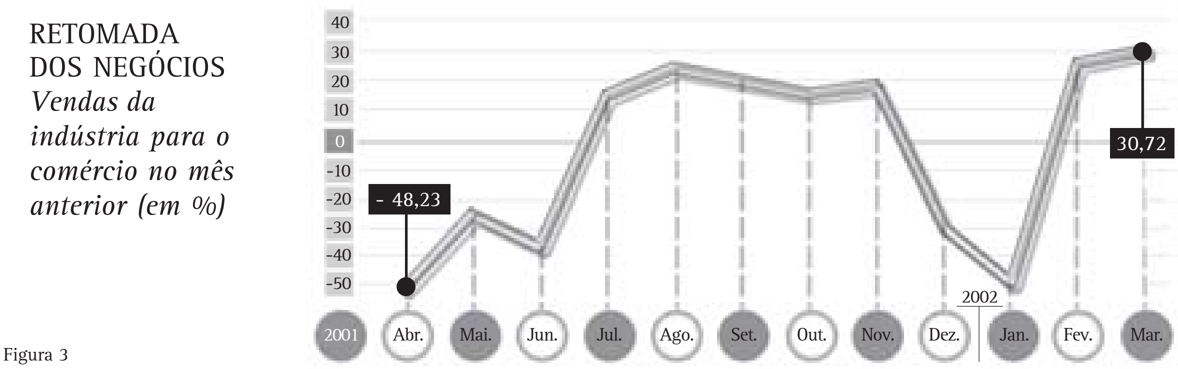


Figura 3

Folha de São Paulo, São Paulo, 27 abr. 2002.

Para nos mantermos atualizados, precisamos buscar informações nos veículos de comunicação e, para isso, é importante compreender gráficos e tabelas que acompanham essas informações.

Você concorda que a utilização de gráficos e tabelas facilita a visualização de dados e permite uma compreensão mais rápida da informação?

Ao estudar algumas noções de Estatística, você terá possibilidade de compreender melhor o significado das informações contidas em gráficos e tabelas, interpretá-las e tirar suas próprias conclusões.

A Estatística é uma parte da Matemática que reúne conhecimentos e métodos para coleta, organização, resumo, apresentação e análise de dados das mais diversas naturezas. Ela nos ajuda a tirar conclusões e tomar boas decisões.

No Brasil, o IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) é o órgão que produz e analisa informações estatísticas. Criado em 1936, atende aos mais diversos segmentos da sociedade civil, bem como aos órgãos das esferas governamentais federal, estadual e municipal. Faz levantamentos que têm como base a coleta de dados junto a domicílios, identifica e analisa o território nacional, conta a população, mostra como a economia evolui, analisa o trabalho e a produção das pessoas, revelando como vivem. Apresenta os dados em uma representação compreensível simplificada (tabelas e gráficos), mas que envolve um conjunto de fenômenos e de suas inter-relações.

Neste capítulo, por meio da Estatística, você vai conhecer melhor nosso país, seus contrastes e suas contradições.

Reconhecendo e interpretando as informações expressas em gráficos e tabelas.

Certamente você já ouviu falar em recenseamento ou, simplesmente, Censo. No Brasil, ele vem sendo realizado de 10 em 10 anos.

O Censo afeta diretamente a população, influenciando a distribuição de verbas, os benefícios da previdência social e a política do país. Os números do Censo permitem saber qual é a população do país, que tipo de população tem o país, onde mora, como mora, etc. Isto é importante para definir as cotas dos fundos de participação dos estados, o total de deputados federais e estaduais e de vereadores. Saber quantos são os jovens e os idosos é importante para determinar quantos irão pagar as contribuições sociais e quantos irão recebê-la.
O primeiro Censo do país foi realizado em 1872 e indicou 9.930.478 habitantes no país. O cálculo se baseava em levantamentos como, por exemplo, relatórios sobre fiéis que freqüentavam a igreja.

Adaptado do jornal Folha de São Paulo, São Paulo, 20 dez. 2001.

Você sabia que para realizar o Censo 2000 todas as residências que existem no Brasil foram visitadas? E que os resultados preliminares do Censo 2000 revelam que o Brasil ficou mais velho, mais feminino, mais urbano e mais alfabetizado?

No entanto, os dados mostram que permanecem ainda grandes diferenças sociais. Observe o gráfico abaixo, publicado em uma revista de circulação nacional.

O MUNDO DOS ANALFABETOS

O Brasil registra o segundo pior índice percentual da América do Sul

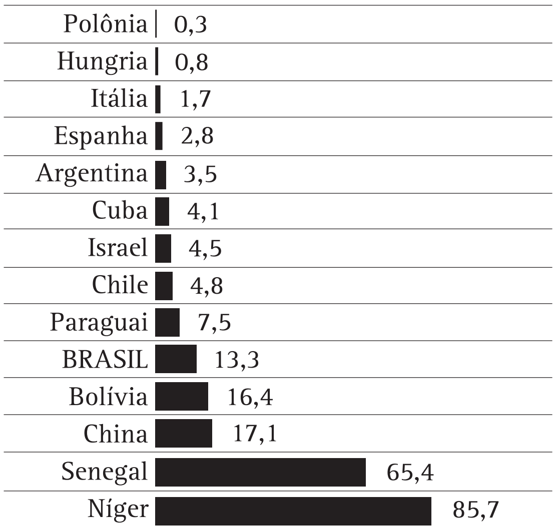


Gráfico 1

Banco Mundial-1997; IBGE-1999; Alfabetização Solidária.
Revista Época, 2 abr. 2001.

Você pode observar nesse gráfico que Niger é o país com maior percentual de analfabetos.

Ainda com relação a esse gráfico, responda:

a) Que país tem o menor percentual de pessoas analfabetas?

b) A situação do Brasil é melhor ou pior do que a do Chile? Justifique sua resposta.

c) A situação do Brasil é melhor ou pior do que a da Bolívia? Justifique sua resposta.

Analisando o gráfico, você observou que o país que tem o menor percentual de pessoas analfabetas é a Polônia, com menos de 1% de analfabetos. Entre os países sul americanos, a posição do Brasil não é tão favorável. Ela é melhor do que a da Bolívia, porém é pior do que a do Chile e do que a do Paraguai.

Escreva um pequeno texto descrevendo suas observações com relação ao gráfico.

Como você pode observar, as estatísticas mostram conquistas e desafios a serem enfrentados.

Os gráficos apresentados em jornais e revistas em geral têm um título e a fonte de onde foram tiradas as informações. O título do gráfico que você acabou de analisar é "O mundo dos analfabetos". A fonte é Banco Mundial, 1997; IBGE - 1999; Alfabetização Solidária.

Esse tipo de gráfico é chamado de gráfico de barras. Ele é utilizado para representar comparação entre elementos semelhantes, no caso o percentual de analfabetos.

É importante observar que o espaço entre as barras e sua largura são sempre idênticos.

Certamente, todos nós concordamos com o fato de que o número de analfabetos é ainda muito elevado em nosso país. Porém, nos nove anos que separam os censos de 1991 e 2000, o país conseguiu diminuir a taxa de analfabetismo em 32%.

Fonte: Folha de São Paulo, São Paulo, 20 dez. 2001.

Embora muito se fale na importância da Educação para a construção da cidadania, ela ainda não é uma das maiores preocupações dos brasileiros.

Uma revista incluiu numa de suas matérias uma tabela com o título "O que mais preocupa os brasileiros".

O que mais preocupa os brasileiros	
Desemprego	76%
Saúde	41%
Drogas	40%
Salário	33%
Segurança	28%
Educação	12%
Inflação	11%

Tabela 1

Revista Veja, 22 dez. 1999.

Muitas vezes, as informações veiculadas estão representadas em tabelas como essa que você acabou de ver. As tabelas ajudam a organizar e representar informações muito diversas e permitem uma leitura simples. Nelas, as informações ficam agrupadas e resumidas. A tabela mostra que 76% da população brasileira está preocupada com o desemprego.

Desenvolvendo Competências

1

Analise a tabela da página 174 e tire suas conclusões a respeito das preocupações dos brasileiros no que se refere à Educação.

Qual é o percentual de pessoas preocupado com a Educação no nosso país?

E qual é o percentual de pessoas preocupadas com a Segurança ?

Como você percebeu que a preocupação com a segurança (28%) é maior do que a preocupação com a educação (12%)?

Uma observação importante: como, nessa pesquisa, o entrevistado podia escolher mais de uma resposta, a soma dessas porcentagens ultrapassa 100%.

Como deveria ser formulada a pergunta ao entrevistado para que o total das respostas fosse 100%? O que isso significa?

Observe esse outro tipo de gráfico. Ele mostra o percentual de países independentes e de colônias, ou seja, de países dependentes de outros, tomando por base os anos de 1900 e 2000.

MAPA DA LIBERDADE

O mundo nunca foi tão democrático como agora

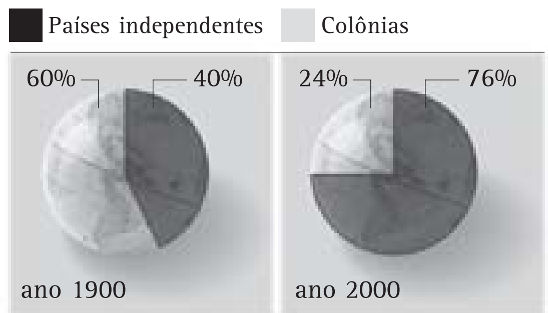


Gráfico 2
Freedom House. Revista Veja, 22 dez. 1999.

Desenvolvendo Competências

2

Analisando os gráficos do Mapa da Liberdade, responda:

I. No ano de 1900, o percentual de países independentes era de:

(a) 24%.

(b) 40%.

(c) 60%.

(d) 76%.

II. Descreva como era a situação no ano 2000.

III. Escreva um pequeno texto contendo as observações que você fez com relação a esses gráficos.

Os gráficos que você analisou (Gráfico 2) - popularmente conhecidos como “gráficos de pizza” - são chamados gráficos de setores, em referência ao que geometricamente corresponde à noção de setor circular. Esse tipo de gráfico é interessante para representar relações das partes de um todo entre si ou relações entre as partes com o todo. Observe que os mesmos dados poderiam ser representados em um gráfico de barras, como o Gráfico 3.

PAÍSES INDEPENDENTES E COLÔNIAS

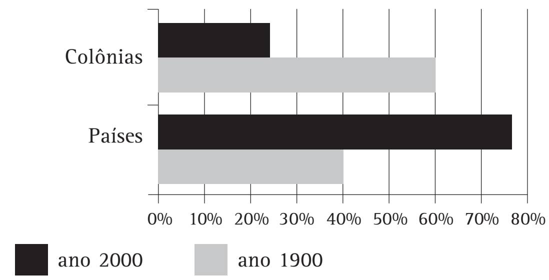


Gráfico 3
Freedom House. Revista Veja, 22 dez. 1999.

Quando analisamos as informações contidas num determinado gráfico, é importante relacioná-las com outras informações obtidas em outros contextos. Assim, poderíamos nos questionar se o processo de libertação dos países tem relação com a melhoria da qualidade de Educação de sua população.

O que você pensa sobre isso? Pesquise sobre alguns países que se libertaram recentemente e procure ampliar seus conhecimentos a respeito da Educação nesses países.

Da mesma forma, você acha que o processo de democratização dos países tem alguma relação com a sua autonomia? Você sabe o que é um regime democrático?

Os dados revelam que, nos últimos 100 anos, aconteceram mudanças no regime de governo de muitos países do mundo. Hoje existem muitos países com regime democrático. Veja só.

DEMOCRACIA NO MUNDO COM REGIME DEMOCRÁTICO

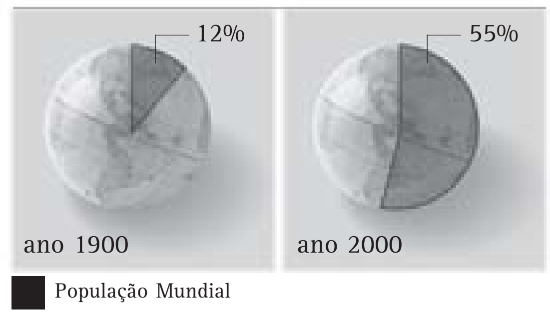


Gráfico 4
Freedom House. Revista Veja, 22 dez.1999.

Desenvolvendo Competências

3

Analise o Gráfico 4 e responda:

I. Qual era o percentual da população mundial sob regime de democracia no ano de 1900 ?

(a) 12%.
(b) 45%.
(c) 55%.
(d) 88%.

II. Qual era o percentual da população mundial sob regime de democracia no ano de 2000 ?

(a) 12%.
(b) 45%.
(c) 55%.
(d) 88%.

III. Analisando os dados, você pode afirmar que mais da metade dos países do mundo são democráticos? Justifique sua resposta.

IV. Escreva um pequeno texto contendo as observações que você fez com relação a esses gráficos.

E o Brasil? Você acha que sempre vivemos num regime democrático? Saiba mais sobre o assunto:

Recentemente o Brasil viveu sob influência de um regime militar. No período da ditadura militar, de 1964 até 1985, havia muita repressão. Muitas pessoas que eram contrárias ao governo desapareceram e algumas foram encontradas mortas. A censura era muito rígida: jornais, novelas, filmes, músicas, peças de teatro, tudo passava por um órgão censurador, para sua aprovação ou não. Alguns artistas tiveram um papel importante nessa época, denunciando a violência instaurada no regime militar. Compositores musicais destacaram-se de maneira brilhante utilizando vários recursos de linguagem para fazer suas músicas passarem pela censura. Gota d'água e Cálice de Chico Buarque de Holanda são exemplos disso. Também se destacaram José Celso Martinez Correa no teatro, Carlos Diegues no cinema e Lígia Fagundes Telles na literatura. O primeiro presidente após a ditadura militar foi eleito indiretamente, pelos parlamentares, por uma maioria esmagadora de votos. Surgiu o movimento pelas Diretas Já e iniciou-se a Nova República. O Brasil passava a pertencer ao bloco dos países democráticos.

As informações apresentadas até aqui mostram, além dos textos, os diferentes tipos de representações gráficas que apareceram junto a eles e que permitem uma melhor visualização dos dados que estão presentes nas informações.

Mas vamos continuar a conhecer fenômenos sociais e científicos presentes no nosso cotidiano que interferem na qualidade de vida do povo brasileiro.

Usando a Estatística para compreender fenômenos científicos e sociais que interferem na vida de cada um de nós

A qualidade de vida é uma preocupação mundial crescente. Cada vez mais os problemas do planeta e da própria sobrevivência do ser humano estão sendo discutidos. No Brasil, o Censo 2000 revelou melhoria no saneamento básico, no abastecimento de água e no esgoto sanitário. Mas ainda temos problemas como o do lixo, por exemplo.

Você sabia que:

- Uma pessoa produz cerca de 1/2 kg de lixo por dia?
- Se os produtos da decomposição do lixo não são tratados, podem trazer grandes prejuízos ao ambiente e à saúde humana, contaminando o solo e lençóis de água subterrâneos, intensificando as conseqüências do efeito estufa e servindo como atrativos para animais que transmitem doenças?
- O "aterro controlado" é um lixão coberto periodicamente com terra ou entulho? Que o aterro sanitário tem coleta e tratamento para o chorume (líquido produzido na decomposição do lixo orgânico) e para o gás metano gerado pelos resíduos?

Desenvolvendo Competências

4

I. Analise o Gráfico 5 e responda às questões.

a) Em que local foi depositado o maior volume de lixo em termos percentuais?

b) Qual o percentual de volume de lixo depositado nos aterros controlados?

c) Qual o percentual total de volume de lixo depositado nos aterros sanitários e nos aterros controlados?

II. Agora leia parte do texto publicado nesse mesmo jornal e verifique se os dados que estão indicados no gráfico foram adequadamente abordados pelo autor. Justifique sua resposta.

> *"A destinação final do lixo doméstico no Brasil teve uma grande melhora, segundo a Pesquisa Nacional de Saneamento Básico (PNSB) do IBGE. No ano 2000, o percentual de 47,1% do volume de resíduos gerados no país ia para aterros sanitários, enquanto que em 1989 a porcentagem era só de 10,7% - o resto era jogado em lixões a céu aberto. Somando-se o percentual do volume que vai para aterros sanitários àquele que vai para aterros controlados (22,3%), dois terços do lixo deixa de ficar exposto e tem, na avaliação do IBGE, uma destinação adequada. 30,5% do lixo acumulado é depositado nos lixões. O IBGE atribui a melhora na destinação final do lixo à maior consciência da população com relação à reciclagem do lixo, a programas específicos e ao apoio dos governos estaduais."*
>
> Adaptado do Jornal Folha de São Paulo, São Paulo, 28 mar. 2002.

III. Essas informações poderiam ser veiculadas por meio de gráfico de setores? Justifique sua resposta.

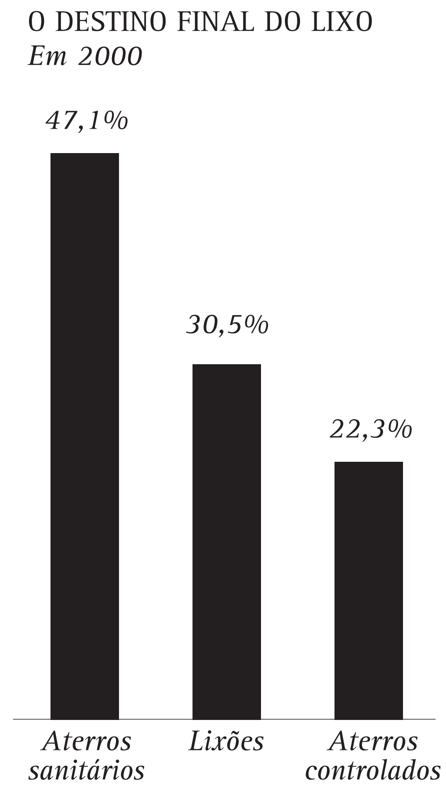


Gráfico 5
Folha de São Paulo, São Paulo, 28 mar. 2000.

Por falar em reciclagem, vamos analisar algumas informações sobre a indústria do plástico em nosso país.

> *A indústria de plásticos transforma resinas em materiais plásticos dos mais diversos, da rodinha de patinete a peças de geladeiras e carros. O setor está produzindo mais, investindo mais, vendendo mais e exportando mais. Nos últimos anos, a produção e o consumo de plástico no Brasil aumentaram e as projeções indicam que o país deve melhorar na classificação mundial.*
>
> Adaptado do jornal Folha de São Paulo, São Paulo, 9 mar. 2001.

Agora analise o próximo gráfico e responda as questões propostas.

A EMBALAGEM DA ECONOMIA

A maior parte da produção de plásticos é destinada à embalagem de alimentos. Seu crescimento se transformou num termômetro eficiente do desempenho da economia. Nos últimos anos, o consumo de plástico no Brasil aumentou, e as projeções indicam que o país deve melhorar sua posição no ranking mundial.

RANKING MUNDIAL PER CAPITA
(em quilogramas – kg)

Estados Unidos	98
Canadá	80
Coréia do Sul	73
Japão	68
Brasil	22

EVOLUÇÃO DO CONSUMO
ANUAL BRASILEIRO
(em quilogramas – kg)

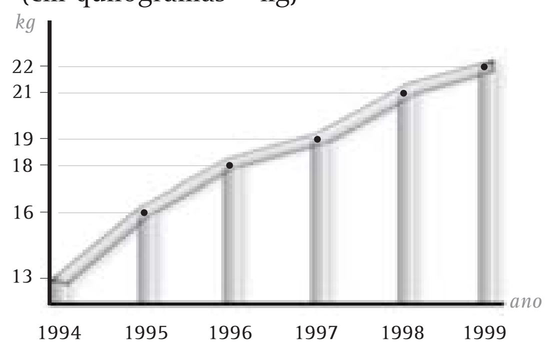


Gráfico 6
Revista Veja, São Paulo, 22 dez.1999.

a) Qual é a quantidade de plástico em kg que o Brasil consumiu no ano de 1994?

b) Qual é a quantidade de plástico em kg que o Brasil consumiu no ano de 1999?

c) Se continuar essa tendência observada no gráfico, é possível afirmar que no ano de 2002 o consumo de plástico aumentará?

Quando você fez a leitura do gráfico, você deve ter observado que no eixo horizontal estão marcados os anos de 1994, 1995, até 1999. No eixo vertical estão marcadas em kg o consumo de plástico anual brasileiro. Para identificar o consumo de plástico no ano de 1994, bastou você olhar no eixo vertical qual é a quantidade de kg correspondente a esse ano. O consumo foi de 13 kg. No ano de 1999 o consumo foi de 9 kg. Se continuar essa tendência observada no gráfico o consumo de plástico no Brasil continuará aumentando, pois o gráfico de linhas que indica esse consumo está crescendo ano a ano.

O gráfico que você analisou é chamado gráfico de linhas. Esse tipo de gráfico é usado quando queremos analisar a evolução de uma situação ou de um fenômeno ao longo de um período. Neste exemplo, o gráfico mostra a evolução do crescimento do consumo anual de plástico no período de 1994 a 1999.

A preocupação com maior investimento na coleta seletiva de lixo, no que se refere ao plástico, deve-se ao fato de que, para se decompor, ele pode levar mais de 100 anos, dependendo do ambiente em que se encontre.

> *Você analisou gráficos de barras, de linhas, de colunas e de setores. Você já observou também que é possível utilizar gráficos diferentes para apresentar os mesmos dados, embora alguns gráficos sejam mais adequados do que outros para apresentar os dados de uma determinada situação. Cada tipo de gráfico é construído de maneira diferente. Para saber mais sobre isso, consulte livros didáticos das últimas séries do ensino fundamental.*

Desenvolvendo Competências

5

Analise agora esse outro gráfico de linhas.

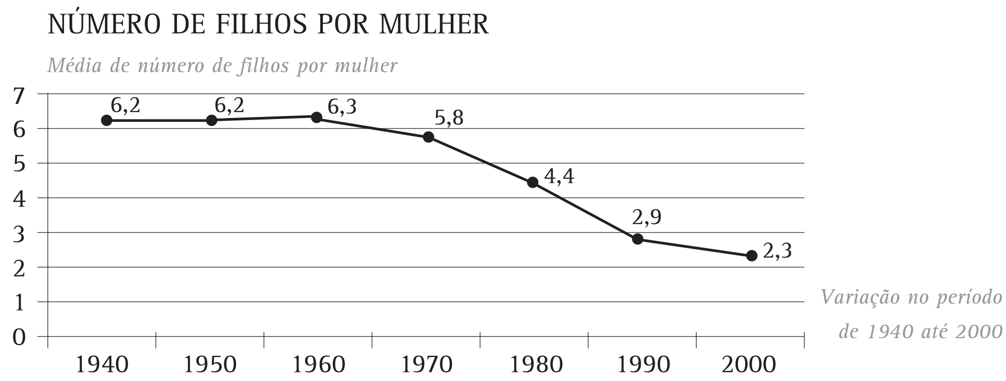


Gráfico 7
Folha de São Paulo, São Paulo, 9 mai. 2002. - Fonte: IBGE

I. Qual era a média do número de filhos por mulher no ano de 1940? E no ano 2000?

II. Se continuar essa tendência observada no gráfico, é possível afirmar que no ano de 2010 a média de filhos por mulher aumentará? Justifique sua resposta.

Um outro importante indicador de qualidade de vida é o chamado saneamento básico, muito ligado à prevenção de doenças e ao bem estar da população.

No entanto, existem lugares do Brasil que ainda não têm nenhum serviço de abastecimento de água, coleta de lixo ou de esgoto. Um jornal de grande circulação publicou uma reportagem sobre o retrato do saneamento no Brasil e apontou 9 municípios brasileiros sem nenhum serviço de saneamento básico, dos quais 5 são no Maranhão.

> *No caso da água, a principal solução encontrada são os poços particulares. Outros usam água do rio para beber, lavar roupa e tomar banho. Nesse caso, a população ainda precisa se deslocar para coletar água e transportá-la para suas casas. Até o momento da publicação da notícia, não havia plano para instalação de uma rede de esgoto nesses municípios.*
>
> Folha de São Paulo, São Paulo, 28 mar. 2002.

Observe os gráficos do Raio X do Saneamento.

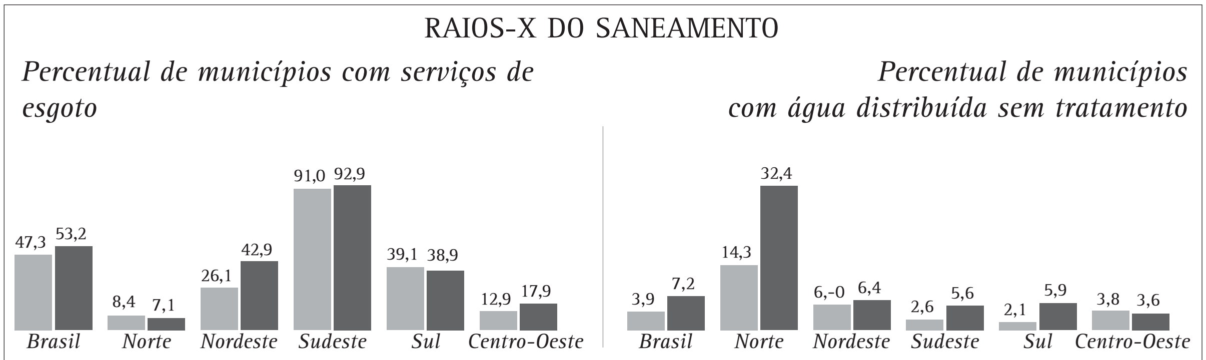


Gráfico 8
Folha de São Paulo, São Paulo, 28 mar. 2002.

Na primeira parte do Gráfico 8 estão os dados percentuais referentes às regiões brasileiras com serviço de esgoto no ano 1989 (coluna cinza) e no ano 2000 (coluna preta). Na segunda parte do gráfico estão os dados percentuais referentes às regiões brasileiras que não tem água tratada no ano 1989 (coluna cinza) e no ano 2000 (coluna preta).

Analise o gráfico das regiões com serviço de esgoto e o gráfico das regiões sem tratamento de água. É possível afirmar que a Região Sudeste tem melhor qualidade de vida em relação ao saneamento básico?

A interpretação dos dados desses gráficos permite inferir que a região Sudeste ocupa uma posição privilegiada em relação ao saneamento básico. Por um lado, é nessa região que há um maior percentual de municípios com serviços de esgoto; por outro lado, é a região que tem o menor percentual de municípios sem tratamento de água.

Desenvolvendo Competências

6

I. De acordo com o Gráfico 8, é possível inferir qual é a região brasileira que tem as piores condições de saneamento básico? Justifique sua reposta.

II. O que você sabe a respeito do saneamento básico na sua cidade?

Leia mais sobre o assunto:

> *Segundo dados de um jornal de grande circulação nacional, a água sem tratamento e a falta de saneamento básico causam a morte de milhares de pessoas por ano no Brasil. O Brasil tem 7,5 milhões de domicílios sem banheiro. No Piauí, 42,9% dos domicílios não têm instalação sanitária. Em 1998, doenças relacionadas à falta de saneamento básico, como a diarréia, vitimaram em nosso país 10.844 pessoas, número maior do que o de homicídios na região metropolitana de São Paulo naquele ano.*
>
> Adaptado da Folha de São Paulo, São Paulo, 28 mar. 2002.

Você já ouviu alguém falar que antes da descoberta da penicilina morria muita gente, até de gripe ou de tuberculose?

Felizmente, as notícias de jornal nos permitem verificar que, embora tenhamos muito problemas, também podemos contabilizar avanços no campo da saúde.

Em uma reportagem sobre dados relativos ao campo da saúde nestes últimos 100 anos, o autor traçou um paralelo sobre expectativa de vida, mortalidade infantil, cirurgias e alguns desafios da medicina nos anos de 1900 e 2000. Segundo a reportagem, graças aos progressos da ciência e da medicina, aos avanços no campo sanitário e nos padrões nutricionais das pessoas, nos últimos 100 anos o mundo passou por um progresso incrível, mesmo estando longe do ideal.

Reportagem publicada na Revista Veja, São Paulo, 22 dez. 1999.

> *Você imagina como eram realizadas as cirurgias em 1900? Você pode estimar qual era o índice de mortalidade durante as cirurgias nessa época?*

Depois de explicitar suas hipóteses, procure as informações na tabela abaixo.

Ano	*Expectativa de vida*	*Mortalidade infantil*	*Cirurgias*	*Os desafios da medicina*
1900	40 anos	164 (em cada 1000 nascimentos)	O paciente permanecia acordado ou parcialmente dopado por clorofórmio e sentia dores lancinantes. A taxa de mortalidade durante as cirurgias era de 90%	Sífilis - a solução veio com a penicilina, descoberta por Alexander Fleming em 1928.
2000	68 anos	58 (em cada 1000 nascimentos)	O paciente recebe anestesia geral e suas funções vitais são monitoradas por equipamentos computadorizados. O risco de um paciente morrer durante uma cirurgia é de 10%	AIDS- não há solução ainda. Os tratamentos com AZT e coquetéis mostram-se satisfatórios.

Tabela 2

Desenvolvendo Competências

7

I. A Tabela 2 é chamada tabela de dupla entrada. Cada um dos dados se refere tanto à linha quanto à coluna na qual se encontra. Por exemplo, 68 anos é a expectativa de vida no ano 2000. Para fazer essa leitura você vai à linha "ano 2000" e à coluna "expectativa de vida". No cruzamento da linha e da coluna você encontra: 68 anos.

Responda agora, de acordo com essa tabela:

a) Quantas crianças morriam a cada mil nascidas no ano 1900?

b) Qual é o desafio da medicina no ano 2000?

II. Escreva um pequeno texto apontando o que você acha que deve melhorar no sistema de saúde do seu bairro.

Mas não vamos falar apenas em doenças. O Brasil é um país extenso, com muitas belezas naturais e um clima privilegiado. Vários artistas cantaram em verso e prosa as belezas de nosso país. Você conhece essa música?

> *Moro num país tropical, abençoado por Deus e bonito por natureza...*

O Brasil é tido como um país de clima tropical, mas vamos conhecer um pouco mais do clima do nosso país.

Grande parte do nosso país tem um clima tropical, apresenta temperaturas elevadas o ano todo. Uma das características do clima tropical é a abundância de chuvas, em torno de 1500 mm por ano. A distribuição das chuvas determina as estações: o verão muito chuvoso e o inverno seco. Mas no Brasil, por ser um país de dimensões continentais, o clima sofre influências de diversos fatores e nem todas as regiões brasileiras têm caraterísticas de clima tropical.

Observe o gráfico que indica as precipitações chuvosas em mm por ano, em uma determinada região, no período de um ano.

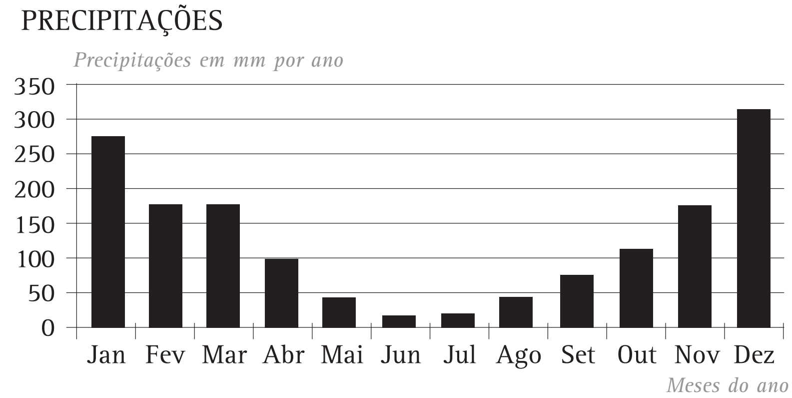


Gráfico 9

Analisando o Gráfico 9 você pode inferir que essa é uma região do Brasil que tem características de clima tropical? Justifique sua resposta.

Desenvolvendo Competências

8

Vamos conhecer mais um pouco do nosso país.

O Brasil não é um país auto-suficiente na produção de petróleo. Precisa de importações para abastecer o consumo interno.

Analise os dados da tabela 3 e responda ao teste.

Origem	*1989*	*%*	*1992*	*%*
Nacional	*22 290*	*45,54%*	*36 096*	*52,02*
Importado	*35 017*	*54,45*	*33 280*	*47,97*

Tabela 3
Dados do IBGE, Anuário Estatístico, 1994.

Processamento de petróleo bruto em mil metros cúbicos, segundo a origem.

Os dados permitem inferir que:

a) mais da metade do petróleo processado em 1989 era nacional.

b) à medida que diminuiu a participação do petróleo nacional, aumentou a porcentagem de compra do petróleo importado.

c) mais da metade do petróleo usado em 1992 era importado.

d) houve aumento no percentual do petróleo nacional e diminuição no percentual do petróleo importado.

Resolver problemas fazendo uso de informações expressas em gráficos ou tabelas

A desigualdade de renda é ainda uma marca profunda da sociedade brasileira. Vamos entender melhor essa questão. O índice Gini é um indicador internacional para medir concentração de renda, que varia de 0 a 1. Quanto mais alto o índice, maior a concentração de renda; isto é, quanto mais próximo de 1, maior a parcela de renda que fica na mão de menos pessoas. Quanto mais próxima do zero, mais perfeita é a distribuição de renda. **Em 1991, o índice do Brasil era de 0,636.** O gráfico abaixo mostra a concentração de renda em 2000, por regiões.

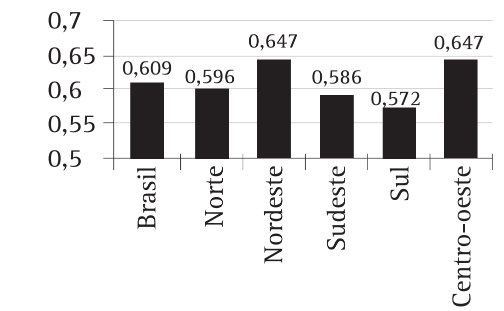


Gráfico 10
Adaptado do jornal Folha de São Paulo, São Paulo, 20 dez. 2001.

Calcule de quanto foi a diminuição da concentração de renda no país no período de 1991 a 2000.

Você deve ter observado que, para calcular a diminuição da concentração de renda no país no período de 1991 para 2000, é preciso primeiro identificar no gráfico os índices de concentração de renda no país no ano 2000.

No ano 2000, é fácil perceber que o índice de concentração de renda é 0,609. Basta olhar a coluna escrita Brasil, a primeira do gráfico, e o dado numérico escrito no eixo vertical, correspondente à coluna do Brasil.

Para calcular em quanto diminuiu a concentração de renda no período, basta fazer a subtração: 0,636 - 0,609 = 0,027.

Observe o gráfico novamente e procure os estados com a melhor e a pior distribuição de renda no ano 2000.

Desenvolvendo Competências

9

I. Analisando a tabela da concentração de renda no país, responda.

a) Qual a diferença entre os índices das regiões com a melhor e a pior distribuição de renda no ano 2000?

b) Qual a diferença entre o índice da região com a melhor distribuição de renda e o índice do país no ano 2000?

c) Qual a diferença entre o índice da região com a pior distribuição de renda e o índice do país no ano 2000?

Escreva um pequeno texto explicando porque se pode afirmar que, quanto menor for o Gini, melhor a distribuição de renda do país.

Por falar em desenvolvimento, vamos analisar um pouco como estão as reservas naturais do nosso país e como elas são preservadas. Você já analisou dados relativos à produção de petróleo, agora vai analisar dados relativos à produção de carvão mineral, ferro, aço e gás natural.

O desenvolvimento e o uso crescente de máquinas nas sociedades atuais exigem o desenvolvimento paralelo de fontes de energia para movimentá-las. No início do século XX, o carvão mineral cobria 96% das necessidades mundiais de energia, porém o carvão mineral brasileiro sempre apresentou pequena produção e consumo restrito. Ainda hoje, apenas alguns estados do país produzem carvão mineral.

Desenvolvendo Competências

10

Analise o gráfico e resolva o problema:

Quanto precisaria produzir a mais o Estado do Rio Grande do Sul para atingir a produção do Estado de Santa Catarina? E o Estado do Paraná?

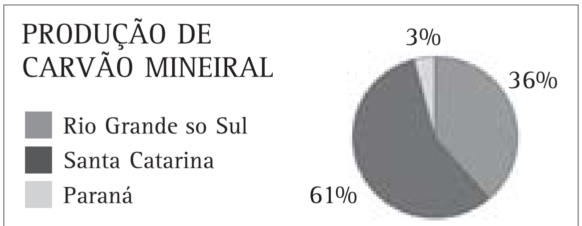


Gráfico 11
Anuário estatístico do Brasil - 1995 - IBGE.

Vamos analisar agora a produção siderúrgica no Brasil

A siderurgia é a mais importante atividade do setor de transformação de minerais metálicos do mundo. Por meio dela, a partir da utilização de uma gama de minerais, em que se destaca o ferro, se dá a fabricação do aço, dos mais variados tipos e formas.

No Brasil, a maior parte da produção siderúrgica concentra-se em áreas próximas do litoral e na região sudeste.

Observe o gráfico ao lado.

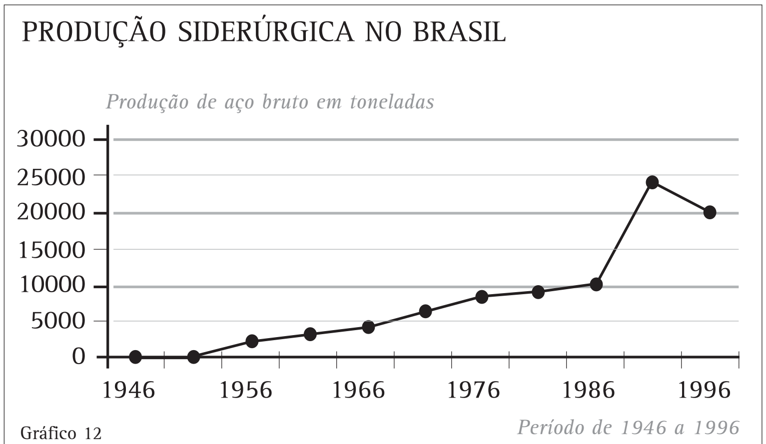


Gráfico 12
IBGE, 1998.

a) É possível identificar qual foi o período em que houve o maior crescimento da produção siderúrgica nacional?

b) Em quantas toneladas decresceu a produção siderúrgica nos últimos 5 anos indicados no gráfico?

c) Quantas toneladas de aço bruto o Brasil produziu no período de 1946 até 1996?

Para resolver o problema b), você precisa inicialmente identificar quantas toneladas de aço foram produzidas no período de 1991 a 1996, os últimos 5 anos indicados no gráfico. Você deve ter observado que, no eixo vertical, há divisões marcadas numericamente a cada 5.000 toneladas, mas há também subdivisões que não estão marcadas numericamente; como cada 5.000 toneladas tem 4 subdivisões, elas são divididas de 1.000 em 1.000 toneladas.

Assim, no ano 1991, a produção siderúrgica era de 24.000 toneladas e, no ano 1996, era de 20.000 toneladas. Para saber qual foi o decréscimo da produção siderúrgica no período basta fazer a subtração 24.000 - 20.000. Para descobrir qual foi a produção siderúrgica em toneladas no período de 1946 até 1996, basta somar a produção de cada um dos anos assinalados no gráfico.

Desenvolvendo Competências

11

I. Agora é sua vez. Analise os gráficos e resolva as questões:

O gráfico abaixo traz a distribuição territorial da produção de aço bruto em 1991.

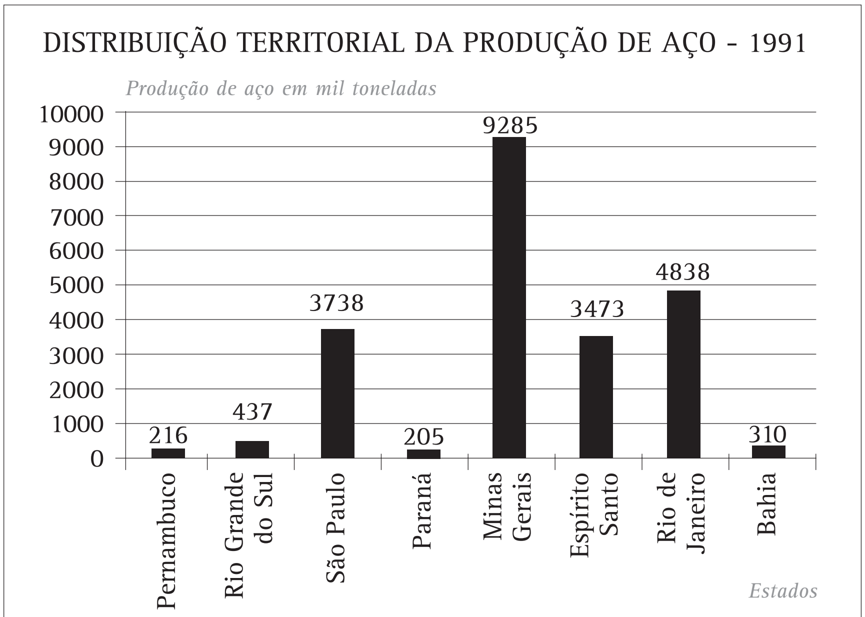


Gráfico 13
Anuário Estatístico - IBGE - 1995.

a) Qual a diferença de produção de aço em mil toneladas entre o maior e o menor estado produtor de aço no Brasil?

b) Quantas mil toneladas de aço produzem juntos os quatro estados que produzem mais aço no Brasil?

II. De acordo com o gráfico, é possível afirmar que:

a) O Rio de Janeiro produz o dobro de gás natural do que a Bahia.

b) A soma das produções de gás natural de Bahia, Sergipe e Rio Grande do Norte supera a produção do Rio de Janeiro.

c) A soma das produções de gás natural do Rio de Janeiro e da Bahia não chega à metade da produção nacional.

d) A diferença das produções de gás natural de Bahia e Sergipe supera a produção do Rio Grande do Norte.

DISTRIBUIÇÃO TERRITORIAL DA PRODUÇÃO DE GÁS NATURAL NO BRASIL

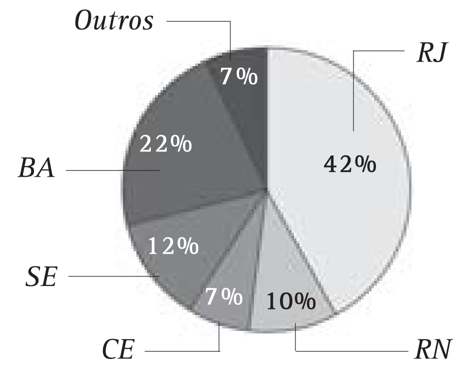


Gráfico 14

Gráficos ou tabelas usados como recurso de argumentações

Um dos problemas graves do Brasil refere-se à saúde. As pessoas nem sempre têm acesso aos serviços de saúde, procuram atendimento médico e nem sempre são atendidas. Vários são os motivos. A Tabela 4 mostra alguns deles, apontados por 755.521 pessoas doentes que não foram atendidas numa primeira procura aos serviços de saúde. A pesquisa foi realizada nas duas últimas semanas do ano de 1998.

	Total
Total	755 521
Não conseguiram vaga ou senha	344 793
Não havia médico atendendo	216 161
Não havia serviço ou profissional especializado	48 195
O serviço de equipamento não estava funcionando	27 750
Não podiam pagar	7 683
Esperaram muito e desistiram	39 057
Outro	70 034
Sem declaração	1 848

Tabela 4
www.ibge.gov.br

Analisando essa tabela é possível argumentar sobre o principal problema que afeta os serviços de saúde no Brasil?

Utilizando os dados da tabela é possível identificar o principal problema que afeta os serviços de saúde no Brasil, que é a falta de vagas nos hospitais, e defender a idéia de que é preciso aumentar o número de vagas nos serviços de saúde, argumentando que 344.793 das 755.521 pessoas que procuraram o serviço de saúde não foram atendidas porque não conseguiram vagas ou senhas.

Desenvolvendo Competências

12

I. Já que falamos em problemas com a saúde, analise essa outra situação.

Esse gráfico apresenta o motivo principal por que homens e mulheres procuraram o serviço de saúde nas duas últimas semanas do ano de 1998.

PESSOAS QUE PROCURARAM POR SERVIÇO DE SAÚDE NAS DUAS ÚLTIMAS SEMANAS (por motivo principal da procura e sexo) - BRASIL - 1998

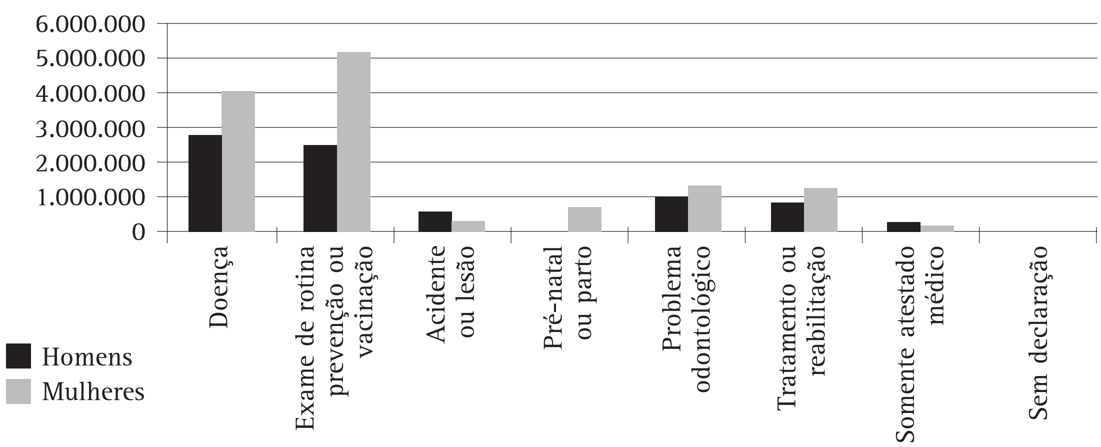


Gráfico 15
www.ibge.gov.br

Analisando esse gráfico é possível identificar qual é o principal motivo da procura de serviços públicos por homens e mulheres no país? Qual seria um bom argumento a ser defendido para justificar esse motivo? Justifique sua resposta.

Observe o Gráfico 16 e desenvolva as atividades.

II. Argumente agora sobre alguns problemas energéticos do Brasil.

III. Argumente sobre os principais motivos da mudança no panorama energético do Brasil.

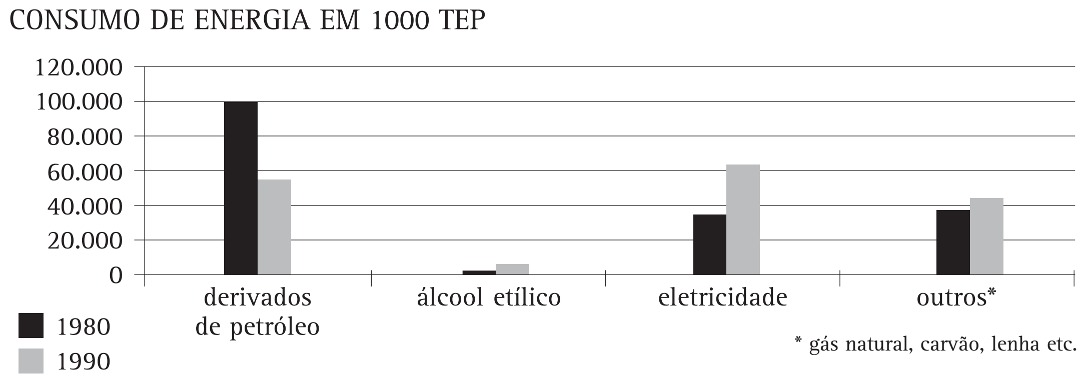


Gráfico 16
MME/DNDE-1993

13 Desenvolvendo Competências

Analise a tabela que apresenta indicadores sociais da qualidade de vida no Brasil por região, referente ao ano de 1999.

	Água canalizada (%)	*Esgoto e fossa séptica (%)*	*Lixo coletado (%)*	*Luz elétrica (%)*
Brasil	76,1	52,8	79,9	94,8
Norte	61,1	14,8	81,4	97,8
Nordeste	58,7	22,6	59,7	85,8
Sudeste	87,5	79,6	90,1	98,6
Sul	79,5	44,6	83,3	98,0
Cento-Oeste	70,4	34,7	82,1	95,0

Tabela 5
www.ibge.gov.br

Argumente sobre os motivos de se fazer um investimento especial na região do país que tem mais necessidade de melhorar seus indicadores sociais.

Desenvolvendo Competências

14

A taxa de analfabetismo das pessoas com 15 anos ou mais de idade ainda é grande em algumas regiões do país. Veja a tabela ao lado sobre as condições de vida e educação no ano de 1999.

Um bom argumento para melhorar esse quadro é aumentar o investimento no ensino de jovens e adultos na:

a) região nordeste, porque é a região com o maior percentual de analfabetos com 15 anos ou mais.

b) região norte, porque é a região com o maior percentual de analfabetos com 15 anos ou mais.

c) região centro-oeste, porque é a região com o maior percentual de analfabetos com 15 anos ou mais.

d) região sudeste, porque é a região com o maior percentual de analfabetos com 15 anos ou mais.

	Taxa de analfabetismo das pessoas de 15 anos ou mais de idade
Brasil	*13,3%*
Norte	*11,6%*
Nordeste	*26,2%*
Sudeste	*7,8%*
Sul	*7,8%*
Centro-Oeste	*10,8%*

Tabela 6
www.ibge.gov.br

Usando a Estatística para analisar intervenções na realidade do nosso país

Mesmo com todos os problemas sociais, o Brasil está entre os cinco melhores países da América Latina e busca um papel de liderança na América do Sul. Estudos apontam o Brasil posicionado entre os cinco melhores países da América Latina, considerando-se os indicadores sociais: expectativa de vida, população analfabeta, número de habitantes, produto interno bruto e renda *per capita*.

O Brasil está numa situação favorável em relação ao Produto Interno Bruto, ocupando o segundo lugar, mas nosso país tem o maior percentual de analfabetos com mais de 15 anos de idade entre os cinco países analisados (México, Brasil, Colômiba, Venezuela e Argentina).

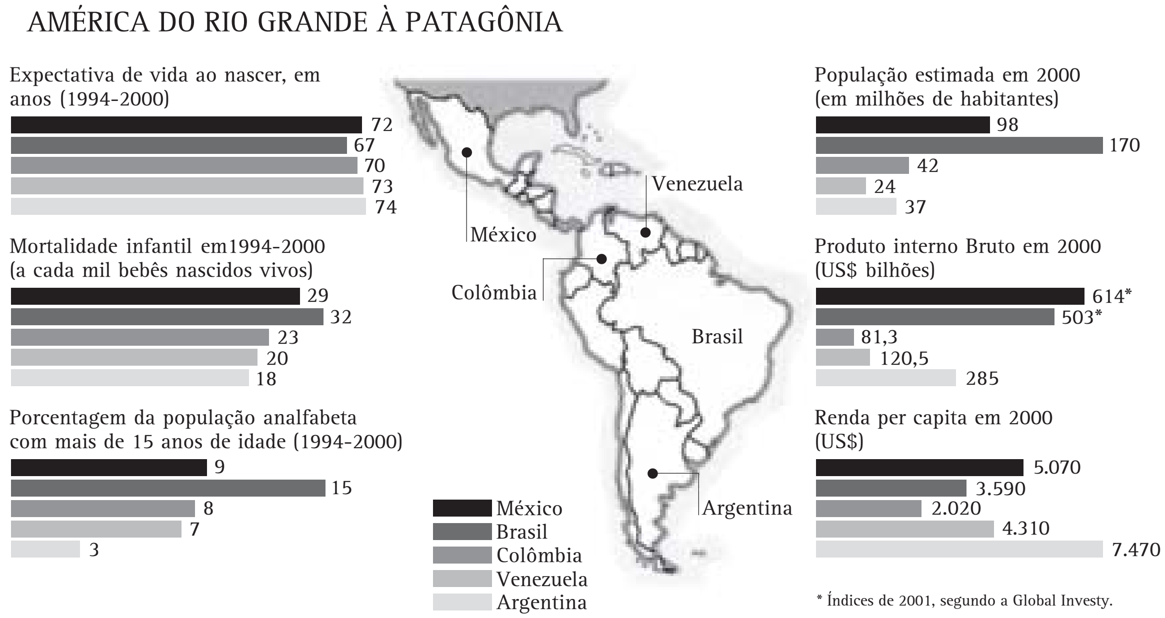


Figura 4
Banco Mundial. Folha de São Paulo, São Paulo, 7 abr. 2002.

Um governante, com base nesses dados, pode ampliar suas propostas de governo incluindo alguns projetos para melhorar a situação desses indicadores. Além disso, existem organizações não governamentais que trabalham para que esses indicadores melhorem.

> *Você conhece algum projeto social que procure melhorar algum desses índices sociais apontados na reportagem? Participa de algum deles? Que tal se engajar numa organização que, com ações comunitárias, acredita poder melhorar o destino do país?*

Vamos agora conhecer alguns projetos da Pastoral da Criança, em reportagem publicada em jornal e adaptada para este capítulo.

"O projeto da Pastoral da Criança conseguiu reduzir à metade a mortalidade infantil entre as crianças que atendeu em diversas cidades espalhadas pelo país, no período de 1996 até 2000. Nesses cinco anos, o número de mortos por mil nascidos vivos no universo de crianças atendidas caiu de 27 para 13. O feito foi alcançado graças a um exército de 132.195 líderes comunitários que disseminam ações de saúde em áreas carentes de 3.403 cidades.

Em alguns lugares, como por exemplo na cidade de Orlândia, no Estado de São Paulo, nenhuma criança atendida pelo projeto morreu no ano 2000. Os trabalhos foram feitos por 60 voluntários responsáveis pela pesagem das crianças e pelo acompanhamento das gestantes. Além disso, nesse projeto existem 15 profissionais especializados - médicos, dentistas e nutricionistas e 25 pessoas que dividem diversas tarefas. Foram atendidas 544 famílias em nove bairros diferentes.

O programa entrega gratuitamente uma multimistura de farelo com cereais, casca de ovo e folha de mandioca, principal recurso no combate à desnutrição. Mas o programa vai além da pesagem e da entrega da multimistura: faz a divulgação e conscientização da população por meio de cursos e palestras para mães e gestantes, dá cursos de culinária alternativa com auxílio de nutricionistas etc.

Muitas pessoas que procuraram o projeto da cidade de Orlândia para atendimento de filhos ou sobrinhos se engajaram nele como voluntárias para ajudar outras famílias."

Folha de São Paulo, São Paulo, 24 dez. 2001.

Desenvolvendo Competências

15

I. Analise a proposta da Pastoral da Criança, verificando sua adequação ou não para melhorar os índices de mortalidade infantil em seu bairro ou cidade.

II. Selecione nos gráficos da Figura 4 outro indicador social que precisa ser melhorado. Busque em jornais, ou revistas, ou outras fontes de conhecimento uma proposta inovadora nesse campo e analise-a, verificando sua adequação, ou não, para melhorar o índice.

Escolha um terceiro índice social que precisa ser melhorado. Faça uma proposta de intervenção na sua realidade (bairro, cidade, serviço) para melhorar esse indicador social.

O trabalho conjunto de governos e entidades civis geram expectativas animadoras para que o Brasil enfrente seus problemas, aceite os desafios do gigante que é e ocupe seu lugar entre os países desenvolvidos.

Conferindo seu conhecimento

2
I. Resposta (b).
II. No ano 2000 a situação se inverteu. Aumentou o percentual de países independentes e diminuiu o percentual de colônias.

3
I. Resposta (a).
II. Resposta (c).
III. Sim, pois 55% corresponde a mais da metade de 100%.

4
I. a) Em aterros sanitários. b) 22,3%. c) 69,4%.
III. Sim.

5
I. Em 1940 era 6,2 e no ano 2000 era 2,3.
II. Não, pois o gráfico indica que a média de filhos vem decrescendo nos últimos anos.

6
I. Sim. A região que tem o pior saneamento básico é a região norte, porque tem o menor percentual de municípios com serviço de esgoto e o maior percentual de municípios com água distribuída sem tratamento.

7
I. a) Resposta: 164.
b) A cura da AIDS.

8
Resposta (d).

9
I. a) Resposta: 0,075.
b) Resposta: 0,037.
c) Resposta: 0,038.

10
O Estado do Rio Grande do Sul precisa produzir 15% a mais de carvão mineral para atingir a produção do Estado de Santa Catarina e o Estado do Paraná precisa produzir 58% a mais.

11
I. a) A diferença é de 9080 mil toneladas.
b) Produzem juntos 21334 mil toneladas.
II. Resposta (c).

12
I. Os principais motivos são exames de rotina, prevenção ou vacinação. A resposta é pessoal. Uma das respostas possíveis, porém, é argumentar que fazendo exames preventivos é possível melhorar a qualidade da saúde.
II. Resposta pessoal. Uma das respostas possíveis é: No período de 10 anos diminuiu o consumo de derivados de petróleo, provavelmente pelo aumento dos preços internacionais, e aumentou o consumo de eletricidade, mudando o panorama do consumo de energia no país.
III. Resposta pessoal.

13
Resposta pessoal. Uma das respostas possíveis é: A região do país que tem necessidade de melhorar esses índices é a região nordeste. É possível argumentar que o motivo para se fazer mais investimentos nessa região é que a região nordeste tem o menor percentual de regiões com água canalizada, esgoto e fossa séptica, lixo coletado e luz elétrica e que, portanto, necessita de investimento em todos esses setores.

14
Resposta (a).

Orientação final

Para saber se você compreendeu bem o que está apresentado neste capítulo, verifique se está apto a demonstrar que é capaz de:

- Reconhecer e interpretar as informações de natureza científica ou social expressas em gráficos ou tabelas.
- Identificar ou inferir aspectos relacionados a fenômenos de natureza científica ou social, a partir de informações expressas em gráficos ou tabelas.
- Selecionar e interpretar informações expressas em gráficos ou tabelas para a resolução de problemas.
- Analisar o comporamento de variável expresso em gráficos ou tabelas, como importante recurso para a construção de argumentação consistente.
- Avaliar, com auxílio de dados apresentados em gráficos ou tabelas, a adequação de propostas de intervenção na realidade.

Capítulo IX

EXPLORANDO SITUAÇÕES NUMÉRICAS

Compreender conceitos, estratégias e situações matemáticas numéricas para aplicá-los a situações diversas no contexto das ciências, da tecnologia e da atividade cotidiana.

Cláudio Saiani

Capítulo IX

Explorando situações numéricas

Nas sociedades contemporâneas, o pleno exercício da cidadania inclui, certamente, a compreensão da linguagem falada por pessoas que trabalham nos diversos ramos da ciência. Muito dessa linguagem depende da Matemática, quer para exprimir grandezas que estão fora de nossa capacidade de percepção, quer para fazer cálculos e estabelecer comparações.

Nesse capítulo, vamos explorar certas situações que dizem respeito a estratégias e conceitos numéricos, explorando algumas de suas aplicações. É importante que esse trabalho seja visto por você como um aperitivo para aplicações mais sofisticadas, uma vez que nos falta a matemática para um maior aprofundamento. Por outro lado, a própria compreensão dos conceitos envolvidos apresenta uma dificuldade adicional. Assim, gostaríamos que esse capítulo fosse um convite para que você continue seus estudos e pesquise os temas aqui abordados.

Identificando estratégias e situações matemáticas

Com seus conhecimentos sobre o sistema de numeração decimal, certamente você pode representar números, independentemente de sua ordem de grandeza. Milhões, bilhões, trilhões, quatrilhões... Agora, vamos conhecer um pouco mais sobre esse assunto. Você já ouviu falar em notação científica?

Nos quadros abaixo estão duas afirmações retiradas de conceitos científicos. A primeira delas parece um pouco distante de nosso dia-a-dia, mas a segunda diz respeito diretamente a nossa saúde.

A velocidade da luz no vácuo é de aproximadamente 3×10^8*m/s.*

Para controle de ervas daninhas em plantações, são utilizadas substâncias denominadas herbicidas. Embora elas ajudem a melhorar a produção de alimentos, podem produzir sérios danos à nossa saúde, graças à presença das dioxinas, que são compostos altamente tóxicos. Um adulto só pode consumir, por dia, $3{,}22 \times 10^{-11}$*g de uma certa dioxina, sem perigo para sua saúde.*

Observe os números que foram destacados nos dois quadros anteriores. Eles estão escritos numa forma muito freqüente em textos científicos, que é a chamada **notação científica**. Antes de aprender a trabalhar com esse tipo de notação, vamos entender os números expressos nos quadros.

Vejamos inicialmente o caso da velocidade da luz. Para isso, precisamos recordar a forma como trabalhamos com as potências de 10, com expoentes positivos. Assim: $10^0=1$, $10^1=10$, $10^2=100$, $10^3=1.000$, $10^4=10.000$, e assim por diante.

Então, $3 \times 10^8 = 3 \times 100.000.000 = 300.000.000$.

Portanto, a velocidade da luz no vácuo é 300.000.000m/s, isto é, trezentos milhões de metros por segundo. É claro que poderíamos exprimir essa velocidade em quilômetros. Lembrando que um quilômetro corresponde a 1.000 metros, basta dividir a velocidade em m/s por 1.000. Obtemos assim 300.000km/s. As propriedades das potências ajudam a fazer esses cálculos. Vamos recordar?

Para multiplicar potências de mesma base, conservamos a base e adicionamos os expoentes.

Para dividir potências de mesma base, diferente de zero, conservamos a base e subtraímos os expoentes.

Então, para obter a velocidade em quilômetros, procedemos assim:

$$\frac{300.000.000}{1.000} = \frac{3 \times 10^8}{10^3} = 3 \times 10^{8-3} = 3 \times 10^5 = 300.000$$

Vejamos agora o número que expressa a quantidade de dioxinas: $3,22 \times 10^{-11}$. O expoente de 10 que aparece é –11. Eis algumas potências de 10 com expoentes negativos:

$$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0,1$$

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1.000} = 0,001$$

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10.000} = 0,0001$$

$$10^{-5} = \frac{1}{10^5} = \frac{1}{100.000} = 0,00001$$

Observe os expoentes e os números decimais. Você consegue ver alguma regularidade?

De fato, o expoente negativo indica que estamos trabalhando com números menores do que 1. O expoente, em valor absoluto, indica o número de casas decimais após a vírgula. Voltemos ao número $3,22 \times 10^{-11}$. Temos:

$3,22 \times 10^{-11} = 3,22 \times 0,00000000001 = 0,0000000000322$, o que é um número bastante incômodo. Você saberia reescrevê-lo, sem contar as casas depois da vírgula? Não, não é mesmo? Isso ocorre porque nossa visão não está equipada para perceber tamanha quantidade de zeros num relance.

Muitos números que encontramos na ciência e na tecnologia são como os dos dois exemplos que demos acima. Para não ter de lidar com tantos zeros, os cientistas se utilizam da chamada “notação científica”. Observe o quadro seguinte:

Um número está escrito na notação científica se estiver na forma $c \times 10^n$, onde n é maior ou igual a 1 e menor do que 10, e n é um número inteiro.

A população de nosso planeta é de cerca de cinco bilhões e seiscentos milhões de habitantes, número que pode ser expresso como 5.600.000.000. Vejamos como ela pode ser expressa em notação científica.

$5.600.000.000 = 5,6 \times 1.000.000.000 = 5,6 \times 10^9$.

Mas não seria mais fácil escrever simplesmente $56 \times 100.000.000$, obtendo 56×10^8? Evidentemente, $5,6 \times 10^9$ e 56×10^8 constituem formas equivalentes de representar a mesma quantidade. No entanto, a notação científica não é apenas mais uma forma de representação numérica. Uma de suas vantagens é o fato de ser mais fácil efetuar cálculos com potências de dez do que com números formados por muitas casas decimais. Outra vantagem é que, estando um número expresso em notação científica, pode-se destacar o expoente de dez, naquilo que chamamos ordem de grandeza, conceito do qual falaremos mais adiante.

Desenvolvendo Competências

1

I. Represente, na notação científica:

a) o número aproximado de gotas de chuva numa nuvem de tempestade, que é 6.000.000.000.000.

b) O número aproximado de células de um ser humano adulto, que é 100.000.000.000.000.

II. O diâmetro de Júpiter é 1,43 x 10^5 quilômetros. O diâmetro da Terra é 1,28 x 10^4 quilômetros. Qual é a diferença entre os diâmetros dos dois planetas?

III. Uma lagosta pode por 150.000 ovos de uma só vez. Escrito em notação científica, este número é:

a) 15 x 10^4 b) 1,5 x 10^5 c)1,5 x 10^{-5} d) 0,15 x 10^6

Números muito pequenos são também representados pelos cientistas por meio da notação científica, com a diferença de que para estes casos são utilizados expoentes negativos. Vamos lembrar o que eles exprimem, por meio de alguns exemplos:

Assim, quando escrevemos 4 x 10^{-3} estamos representando o número

$$4 \times \frac{1}{1000} = 4 \times 0{,}001 = 0{,}004$$

Expoentes negativos são usados para exprimir grandezas microscópicas. Por exemplo, sabe-se que o sangue dos seres humanos é composto em sua maior parte por células vermelhas, responsáveis por transportar oxigênio dos pulmões para os vários tecidos do corpo, e dióxido de carbono dos tecidos para os pulmões. O diâmetro de cada uma dessas células vermelhas é de aproximadamente 0,0008 cm. Como poderíamos exprimi-lo na notação científica?

Primeiro, vamos escrever 0,0008 como o produto de 8 por uma potência de 10:

$$0{,}0008 = 8 \times 0{,}0001 = 8 \times \frac{1}{10000} = 8 \times \frac{1}{10^{-4}} = 8 \times 10^{-4}$$

Assim, o diâmetro de uma célula vermelha é de 8 x 10^{-4} cm.

1. A espessura de um folha de papel é de aproximadamente 2,0 x 10^{-3} cm. Escreva essa medida como um número decimal.

2. O diâmetro de um átomo de prata é de cerca de 0,0000000003m. Escreva essa medida em notação científica.

---

1) 0,002 cm.
2) 3 . 10^{-10} cm.

É possível comparar dois números em notação científica? O que você acha?

Falamos em ordem de grandeza quando estamos interessados numa aproximação grosseira de uma quantidade, apenas para “ter uma idéia”. Voltemos à população da Terra. Vimos que ela é igual a $5{,}6 \times 10^9$ habitantes. A potência de dez presente é 9. Como $10^9 = 1.000.000.000 = 1$ bilhão, dizemos que a população da Terra é da ordem de bilhões de habitantes. Quando duas quantidades possuem ordens de grandezas diferentes, uma quantidade é pelo menos dez vezes menor que a outra. Duas ordens de grandeza significam que uma grandeza é $10^2 = 100$ vezes maior do que a outra. Vamos tomar um exemplo da Astronomia: a distância da Terra ao Sol é de 150.000.000 km = $1{,}5 \times 10^8$km, enquanto a distância da Terra à Lua é $3{,}8 \times 10^5$km. Para comparar essas duas distâncias, recorremos ao conceito de ordem de grandeza. Para isso, vamos comparar as potências de dez, desprezando os números pelos quais elas estão multiplicadas. Então:

$$\frac{\text{distância da Terra ao Sol}}{\text{distância da Terra à Lua}} = \frac{1{,}5 \times 10^8}{3{,}8 \times 10^5} \cong \frac{10^8}{10^5} = 10^{8-5} = 10^3 = 1000$$

Isto é, a distância da Terra ao Sol e a distância da Terra à Lua diferem de **3 ordens de grandeza**. Em outras palavras, a distância da Terra ao Sol é **mil vezes maior** do que a distância da Terra à Lua.

Vejamos um outro exemplo. Em Astronomia, o ponto em que um planeta está mais próximo do Sol denomina-se **perihélio**.

Em 1991, Plutão estava próximo de seu perihélio, situado a uma distância de 4.419.200.000km do Sol. Ao mesmo tempo, ocorria o perihélio de Netuno, a $4{,}4256 \times 10^9$km. Qual dos dois planetas estava, na ocasião, mais afastado do Sol?

Para poder comparar essas duas distâncias, vamos escrever na notação científica o perihélio de Plutão: 4.419.200.000 = $4{,}4192 \times 10^9$.

Observe: as potências de 10 são iguais (o expoente é nove). Logo, essas distâncias possuem a mesma ordem de grandeza. Assim, a comparação será decidida pelos números que multiplicam as potências de 10. Como 4,4256 é maior do que 4,4192, concluímos que Netuno estava mais afastado.

Denomina-se **densidade** de uma substância o **quociente entre sua massa e o volume por ela ocupado**. A Tabela 1, abaixo, contém as densidades de alguns elementos químicos, expressas em gramas por centímetro cúbico.

Elementos	*Densidade (g/cm^3)*
Hidrogênio	0,000 166 4
Nitrogênio	0,000 083 75
Oxigênio	0,001332
Cloro	0,002 95

Tabela 1

Vamos representar a densidade do cloro na notação científica. O número 0,00295 pode ser escrito como

$$\frac{295}{100.000} = \frac{295}{10^5} = 295 \text{ x } 10^{-5}$$

Ainda não se trata da notação científica, pois o número que multiplica a potência de 10 não está entre 0 e 10. Mas 295 = 2,95 x 100. Assim, $295 \text{ x } 10^{-5} = 2,95 \text{ x } 100 \text{ x } 10^{-5} = 2,95 \text{ x } 10^{2} \text{ x } 10^{-5} = 2,95 \text{ x } 10^{-3}$.

2 Desenvolvendo Competências

I. Agora é com você:

a) Represente cada uma das densidades que aparecem na tabela 1 na notação científica.
b) Qual é o elemento menos denso? E o mais denso?
c) Faça uma escala de densidades, escrevendo os nomes dos elementos do menos denso para o mais denso.

II. Apresentamos abaixo vários pares de números, obtidos em várias situações científicas. Em cada par, diga de quanto diferem as ordens de grandeza em cada um dos pares (preocupe-se, por enquanto, apenas com os números. Se você quiser saber a que eles se referem, sugerimos que faça uma pesquisa numa boa enciclopédia, que certamente poderá ser encontrada em alguma biblioteca de sua cidade).

a) comprimento de onda da luz vermelha = 0,76μm.
comprimento de onda da luz azul = 0,42μm.
(Observação: 1 μm = 1 micrômetro = 10^{-6}m = 1 milionésimo do metro).

b) comprimento de onda da luz verde = 0,48 μm.
comprimento de uma célula de tecido = 3μm.

c) perímetro da Terra = $4 \text{ x } 10^4$ km.
comprimento das linhas de costa (incluindo lagos e as regiões Ártica e Antártica) = 440.000km.

d) perímetro da Terra = $4 \text{ x } 10^4$ km.
distância da Terra à Lua = $3,8 \text{ x } 10^5$ km.

e) idade da Terra = $4,5 \text{ x } 10^9$ anos.
Idade dos hominídeos = $3 \text{ x } 10^6$ anos.

Você sabia que os animais podem distinguir quantidades?

Um pássaro percebe quando está faltando um ovo em seu ninho, assim como a mamãe gata percebe a falta de um de seus filhotes. Na verdade, as pesquisas que já foram realizadas sobre esse tema indicam que os animais podem, dentro de certos limites, distinguir quantidades num relance, assim como reconhecem um odor ou uma cor.

Nós, seres humanos, compartilhamos essa habilidade com os animais.

Podemos distinguir, sem contar, conjuntos com três, quatro, talvez até seis bolinhas. Faça essa experiência, com a colaboração de um colega: peça para ele apresentar coleções de objetos idênticos - bolinhas de gude, tampinhas de garrafa etc - e procure adivinhar a quantidade de objetos, **sem contar!**

O que nos torna diferentes dos animais é a **capacidade de contagem**, que permite que superemos as limitações de nossos sentidos.

A forma mais elementar de efetuar uma contagem é associar a cada elemento de um conjunto um número natural. É o que fazemos quando contamos, por exemplo, as pessoas numa fila: apontamos nosso dedo indicador a cada pessoa, na seqüência em que se encontram na fila, e vamos recitando a seqüência dos números naturais: um, dois, três, quatro, cinco... É claro que nem sempre essa é a estratégia mais adequada, uma vez que pode haver muitos objetos a serem contados, ou os objetos a serem contados são muito grandes, ou muito pequenos, ou inatingíveis.

Assim, gostaríamos de apresentá-lo a uma estratégia de contagem mais sofisticada do que apontar com o dedo. Vamos partir de um problema simples:

Luiz Carlos possui, em seu guarda-roupa, três calças (azul, preta e cinza) e quatro camisas (branca, verde, laranja e vermelha). De quantas maneiras ele pode se vestir, usando uma de suas calças e uma de suas camisas? Vejamos: se ele escolher a calça azul, tem 4 possibilidades de escolha para a camisa. Pode usar calça azul e camisa branca, calça azul e camisa verde, calça azul e camisa laranja, calça azul e camisa vermelha. Se ele selecionar a calça preta, terá outras quatro possibilidades, combinando a calça preta com cada uma de suas quatro camisas. Da mesma forma, a escolha da calça cinza fornecerá outras quatro possibilidades. Temos então 4 possibilidades para a calça azul, 4 para a calça preta e 4 para a calça cinza, dando um total de 12 possibilidades para Luiz se vestir, usando uma de suas calças e uma de suas camisas. Podemos colocar esses resultados numa tabela como esta:

Calça	*Camisa*
Azul	Branca
Azul	Verde
Azul	Laranja
Azul	Vermelha
Preta	Branca
Preta	Verde
Preta	Laranja
Preta	Vermelha
Cinza	Branca
Cinza	Verde
Cinza	Laranja
Cinza	Vermelha

Nessa tabela, cada linha, a partir da segunda, representa uma das 12 maneiras diferentes para Luiz se vestir. Note, porém, que a pergunta inicial era “De quantas maneiras diferentes Luiz pode se vestir?”, e não “De que maneiras diferentes Luiz pode se vestir?” Não precisaríamos ter construído a tabela para obter o número 12. Se cada uma das 3 calças pode ser combinada com cada uma das 4 camisas, seria suficiente multiplicarmos 3 por 4: $3 \times 4 = 12$.

Assim, usando a multiplicação, encontramos outra forma de contar, que pode ser generalizada no Princípio Fundamental da Contagem:

> *Se uma ação pode ser realizada em duas etapas, o número de possibilidades de realização dessa ação é obtido multiplicando-se o número de possibilidades da primeira etapa pelo número de possibilidades da segunda etapa.*

Resolvendo o Problema

Vamos complicar um pouco a escolha de Luiz Carlos. Se, além das 3 calças e das 4 camisas, ele possui 2 pares de sapatos e 5 pares de meias, de quantas maneiras ele pode se vestir usando calça, camisa, meia e sapato?

a) 12.

b) 24.

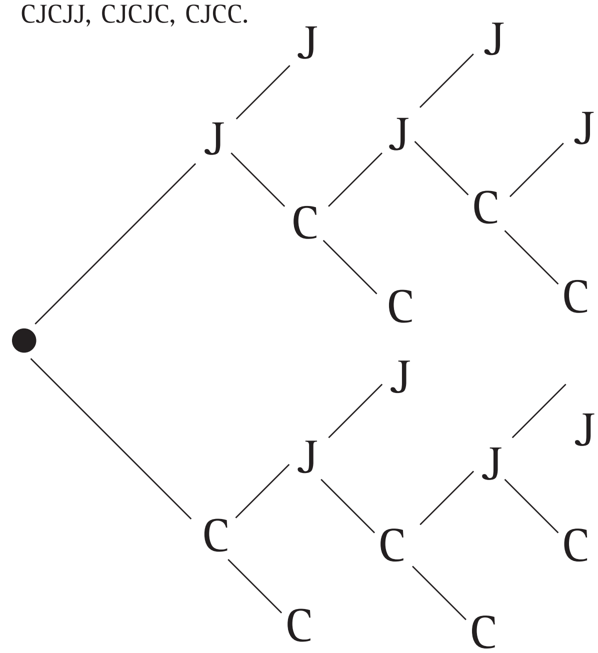
c) 60.

d) 120.

Estratégias que ajudam a contar possibilidades

O método de contar "apontando o dedo" tem uma séria limitação quando os objetos a serem contados não existem, por serem apenas possibilidades. Considere o seguinte problema: João e Carlos disputam um torneio de tênis-de-mesa. Vence o torneio o primeiro que ganhar dois jogos seguidos, ou que ganhar três jogos. Quantos são os resultados possíveis?

Poderíamos pensar assim: uma possibilidade é que João ganhe os dois primeiros jogos. Outra é que Carlos ganhe as duas primeiras. Uma terceira é que João perca a primeira partida, e ganhe a segunda e a terceira. Para registrar todas essas possibilidades, sem esquecer nenhuma, utilizamos um esquema denominado árvore de possibilidades. Observe que existem 10 pontos finais. Cada um deles corresponde a um resultado possível: JJ, JCJJ, JCJCJ, JCJCC,JCC, CC, CJJ, CJCJJ, CJCJC, CJCC.



Dois times de basquete, os Varapaus e os Foguetes, disputam um torneio de basquete. O primeiro que ganhar dois jogos seguidos, ou um total de 4 jogos, vence o torneio. De quantas maneiras o torneio pode se desenrolar?

3) Resposta (d).
4) 14.

A Matemática do certo e a Matemática do provável

Em geral nos acostumamos a pensar na Matemática como a ciência das certezas, da exatidão. Mas há uma outra face da matemática que nos permite resolver problemas em situações “aleatórias”, em que o acaso está presente. Antes de discutirmos esse assunto, vamos discutir um conceito importante: a porcentagem.

As porcentagens constituem uma ferramenta fundamental para a leitura de nosso ambiente, quer em problemas de nosso dia a dia, quer em aplicações mais sofisticadas que envolvam outras ciências. Embora o conceito de porcentagem seja abordado em outros capítulos, convém retornar a ele, para que possamos ampliar o estudo sobre as situações nas quais ele é empregado. Todas essas aplicações partem da seguinte idéia básica:

> *Uma porcentagem é uma razão que compara um número a 100.*
> *Essa idéia é expressa em símbolos assim:*
>
> $$\frac{n}{100} = n\%$$

Por exemplo, quando dizemos que 22% de uma certa população são fumantes, queremos dizer que, de cada 100 pessoas, 22 são fumantes. Por outro lado, se nossa população tiver 200 pessoas, 44 são fumantes, uma vez que podemos separar dois grupos de 100 pessoas. Nesse caso, dizemos que 22% de 200 é igual a 44.

Analise a situação-problema abaixo:

Numa certa população, 3/4 das pessoas consultadas revelaram que gostam de tirar uma soneca depois do almoço. A que porcentagem isso corresponde?

Podemos expressar qualquer fração como uma porcentagem. Uma das formas de fazer isso é escrever uma fração equivalente, com denominador 100. Assim:

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100} = 75\%$$

Poderíamos chegar ao mesmo resultado dividindo 3 por 4, e depois escrevendo o resultado como uma fração de denominador 100:

$$\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0{,}75 = \frac{75}{100} = 75\%$$

Uma regra prática para chegar ao mesmo resultado é:

> *Dividir o numerador pelo denominador, multiplicar o resultado por 100 e acrescentar o símbolo %.*

Da mesma forma , para transformar um número decimal em porcentagem, basta multiplicá-lo por 100, e acrescentar o símbolo %.

Vamos ver um exemplo. Você sabe o que é um iceberg? Trata-se de um grande bloco de gelo que, tendo se desprendido de uma geleira, flutua nas águas oceânicas próximas aos Polos Norte e Sul do globo terrestre (um filme recente narra como o transatlântico Titanic afundou após colidir com um iceberg). Apesar de navegar em água salgada, eles são constituídos basicamente de água doce, que pode mesmo servir para ser consumida pela tripulação de um navio. A aproximação, contudo, deve ser feita com muito cuidado, uma vez que somente 0,125 de seu volume está acima da água. A que porcentagem do iceberg correspondem esses 0,125?

Para responder a essa pergunta, podemos aplicar a regra prática:

0,125 x 100 = 12,5. Acrescentando o símbolo %, obtemos 12,5%.

Resolvendo o Problema

A que porcentagem correspondem as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$?

5) 50%; 25%.

Numa pesquisa de intenções de voto, realizada antes de uma eleição, foram ouvidas 2000 pessoas, das quais 17% declararam que pretendiam votar num certo candidato.

Responda: quantas pessoas votariam nesse candidato? Lembre-se: 17% significa 17 em cada 100. Assim, em cada 100 pessoas entrevistadas, 17 votariam no candidato em questão, que chamaremos de candidato X.

- Para descobrir quantos grupos de 100 existem na amostra, dividimos 2.000 por 100, obtendo 20 grupos.
- Em cada um desses 20 grupos, 17 declaram a intenção de votar em X. Para achar esse total, multiplicamos 17 por 20: 17 x 20 = 340.
- Portanto, 340 pessoas têm a intenção de votar em X.

Para lidar de uma forma prática com porcentagens de uma quantidade conhecida, podemos reescrevê-las usando a representação decimal. Acompanhe:

$$17\% = \frac{17}{100} = 0{,}17.$$

Dessa forma, poderíamos obter o mesmo resultado, simplesmente multiplicando 2000 por 0,17: 2000 x 0,17 = 340.

Numa certa cidade, na qual existem 42 000 eleitores inscritos, uma pesquisa registrou as intenções de voto para prefeito de uma amostra de 1.200 pessoas, conforme a tabela seguinte:

Candidato	*Número de votantes*
José Anastácio	660
Alice	420
Indecisos	120
Total	1.200

Que porcentagem dos votantes manifestou a intenção de votar em José Anastácio?

Vamos inicialmente escrever a razão entre os possíveis votantes em José Anastácio e o total de pessoas consultadas. Depois, vamos igualar essa razão a outra, com segundo termo igual a 100:

$$\frac{660}{1200} = \frac{n}{100}$$

Para obter o denominador 100, observe que precisamos dividir 1200 por 12. Da mesma forma, para obter n, dividimos 660 por 12, obtendo 55.

Assim, $\frac{660}{1200} = \frac{55}{100} = 55\%$.

Poderíamos obter o mesmo resultado dividindo 660 por 1200, obtendo 0,55 (veja acima como transformar um número escrito em representação decimal na forma de percentual).

Tendo em vista a tabela com as intenções de voto, responda:

a) Que porcentagem dos votantes consultados votaria em Alice?

b) Que porcentagem é constituída de indecisos?

c) Se os indecisos resolverem votar em Alice, que porcentagem dos votos Alice receberia?

A Teoria das Probabilidades

No início deste capítulo, destacamos que nossa principal finalidade é explorar situações numéricas na ciência, na tecnologia e na vida cotidiana. Um dos conceitos matemáticos mais ricos em aplicações começou, contudo, como mero estudo de jogos de azar, como dados, baralho e roleta. Um jogador profissional italiano, Girolamo Cardano, escreveu em 1550 o “Livro dos Jogos de Azar”, no qual ensina a trapacear no jogo, bem como a descobrir trapaças. Já em 1653, um jogador francês, o Chevalier de Méré, escreveu ao grande matemático francês Blaise Pascal, propondo uma série de problemas sobre jogos de dados. Pascal começou a trocar correspondência com outro matemático francês, Pierre de Fermat. Essa correspondência entre os dois grandes matemáticos originou a teoria das probabilidades.

O que existe de surpreendente na Teoria das Probabilidades é o fato de que ela, tendo nascido de motivos tão frívolos como os jogos de azar, acabou por se fazer extremamente necessária

7) a) 35% b) 10% c) 45%.

6) Análise no texto.

para um ramo da matemática aplicada importantíssimo: a Estatística. A ciência, de modo geral, preocupa-se em encontrar leis que regem determinados fenômenos. As equações que você estuda na Física e na Química são um bom exemplo disso: é possível prever que a água, quando submetida à pressão de uma atmosfera e aquecida 100ºC, muda do estado líquido para o gasoso (isto é, ela ferve).

Experimentos para os quais é possível prever o resultado final, desde que satisfeitas certas situações iniciais, são chamados experimentos **determinísticos**. Alguns experimentos, contudo, não são assim previsíveis: por mais que mantenhamos as mesmas condições, não podemos prever qual será o resultado obtido no lançamento de uma moeda ou de um dado "normais". Essses experimentos são chamados aleatórios, porque dependem do acaso (alea é uma palavra latina que significa "sorte"). São experimentos nos quais podemos determinar, no máximo, o conjunto dos possíveis resultados.

Os eventos aleatórios não aparecem somente nos jogos de azar. Seguem alguns exemplos de experimentos cujos resultados não podem ser preditos, e cujo estudo só pode ser feito com ajuda da teoria das probabilidades:

- Observar o tempo de vida de um átomo radiativo.
- Observar o tempo de vida de uma pessoa.
- Cruzar duas espécies de plantas e observar as características da espécie resultante.
- Observar o sexo de um recém-nascido.
- Observar o número de troncos ocupados numa central telefônica.
- Observar o número de estrelas duplas numa certa região do céu.
- Observar o número de chamadas para um certo telefone.
- Controle de qualidade num processo de produção.
- Selecionar uma amostra de indivíduos e observar o número de portadores de uma certa moléstia.
- Injetar uma certa dose de insulina num paciente e observar a taxa de açúcar em seu sangue.

Muitos desses experimentos exigem ferramentas matemáticas que estão além das possibilidades deste capítulo. No entanto, podemos tratar de alguns exemplos de emprego de probabilidades, a começar dos jogos de azar que originaram a teoria: vamos falar sobre dados.

Marcos e Eduardo estão jogando dados. Eles estão discutindo qual resultado tem mais chance de aparecer: dois ou três. Que você acha?

Na verdade, uma forma de determinar qual resultado aparece com mais facilidade (isto é, tem maior probabilidade de aparecer) seria jogar o dado umas 10.000 vezes, e anotar quantas vezes aparece cada um dos resultados. Obviamente, nem sempre isso é possível, e nem mesmo é necessário. Vamos seguir o procedimento que foi sugerido por Pascal e Fermat. Quando jogamos um dado, existem seis resultados possíveis: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Se o dado não tiver sido modificado para favorecer um determinado resultado (o que chamamos de dado viciado), é razoável supor que cada um desses resultados tem a mesma chance de aparecer do que os outros. Se queremos saber a probabilidade de sair "2", temos seis resultados possíveis, e um favorável. Então, para Pascal e Fermat a probabilidade de obter "2" é 1/6. Em geral, a definição clássica de probabilidade de um certo resultado é:

> *A probabilidade de ocorrência de um certo acontecimento é igual à razão entre o número de casos favoráveis ao acontecimento e o número de casos possíveis.*

Assim, podemos dizer que cada um dos resultados possíveis no lançamento de um dado tem probabilidade 1/6.

Basicamente, o que uma probabilidade fornece é uma medida quantitativa de nossa incerteza. A própria definição de probabilidade tem conseqüências interessantes. Por exemplo, no lançamento de um dado sabemos que é **impossível** obter num dado um número natural maior do que 6. Associamos um número a essa probabilidade, através da definição clássica. Como existem 0 casos favoráveis, a definição fornece $\frac{0}{6} = 0$. Por outro lado, é **certo** que obteremos um número natural par ou ímpar. A definição também associa um número a essa certeza. Como existem 6 resultados favoráveis, a definição fornece $\frac{6}{6} = 1$. De modo geral, entre o evento impossível e o evento certo, a probabilidade é um número que varia de 0 a 1.

Resolvendo o Problema

No lançamento de um dado, calcule a probabilidade de sair um número ímpar.

No lançamento de uma moeda, quantos são os resultados possíveis?

No lançamento de uma moeda, qual é a probabilidade de sair cara?

a) 0.

b)1/6.

c)1/2.

d)1.

Resolver problemas é uma atividade fundamental do ser humano

Você concorda com essa afirmação? Justifique sua resposta.

Os conceitos matemáticos foram desenvolvidos para resolver problemas, alguns criados pelos próprios matemáticos, outros sugeridos pela Natureza. No restante desse fascículo você está convidado a resolver problemas, quer para argumentar, quer para analisar situações. Os problemas de 4.1 a 4.5 podem ser resolvidos por meio do Princípio Fundamental da Contagem.

Resolvendo o Problema

Num anúncio, o restaurante "Que delícia" afirma que com 20 tipos de saladas e 18 pratos quentes é possível fazer uma refeição diferente a cada dia do ano. Essa afirmação é verdadeira?

a) Quantos números com três algarismos podem ser obtidos, sem repetir nenhum algarismo, utilizando os algarismos 2, 3 e 4?

b) Quantos números com três algarismos podem ser obtidos, se os algarismos puderem ser repetidos?

José Carlos vai fazer uma prova, mas infelizmente não pode se preparar para ela. A prova é composta de 20 questões que só possuem duas possibilidades de resposta: Verdadeiro (V) ou Falso (F). De quantas maneiras diferentes ele pode resolver a prova?

Se a prova que José Carlos resolveu contivesse 10 questões, cada uma com três possibilidades de resposta (Verdadeiro, Falso e Não Sei), quantas seriam as possibilidades de resolver a prova?

8) 0,5.
9) 2.
10) C.
11) Não.
12) a) 6; b) 27.
13) 2^{20} = 1.048.576.
14) 3^{10} = 59.049.

Um questionário tem 1.024 maneiras de ser resolvido. Se cada pergunta só admite duas possibilidades de resposta (V ou F), quantas são as perguntas?

O nascimento de crianças sugere alguns problemas envolvendo probabilidades. O sexo da criança, por exemplo, não pode ser determinado, e depende do acaso. Um casal deseja ter um filho.Vamos calcular a probabilidade de nascer uma menina. As possibilidades são duas para o sexo da criança: masculino (M) e feminino (F). Então,

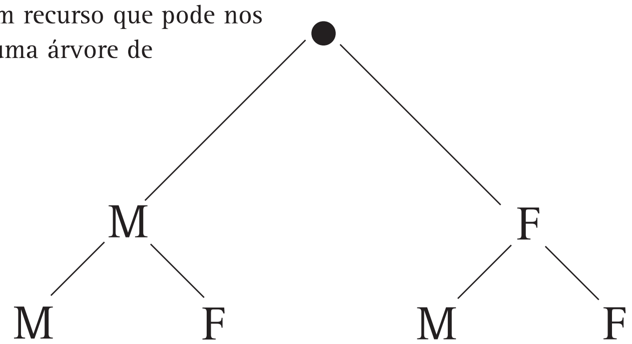
$$\text{probabilidade de nascer menina} = \frac{\text{n}^{\text{o}}\text{ de casos favoráveis}}{\text{n}^{\text{o}}\text{ de casos possíveis}} = \frac{1}{2}$$

O casal tem 50% de chance de ter uma menina. Da mesma forma, a probabilidade da criança ser do sexo masculino também é $\frac{1}{2}$.

Rogério e Marina estão se preparando para receber o primeiro filho. Na verdade, eles planejam ter 2 filhos. Qual a probabilidade de que as crianças sejam de sexos diferentes? Para responder a essa pergunta, precisamos descobrir quantas são as possibilidades de ocorrência do sexo das duas crianças. Um recurso que pode nos ajudar é a construção de uma árvore de possibilidades.

PRIMEIRO FILHO:

SEGUNDO FILHO:



Temos quatro possibilidades para o sexo das duas crianças, dos quais estamos interessados em duas MF e FM.

Assim, a probabilidade das crianças serem de sexos diferentes é $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

Observando a árvore de possibilidades, responda:

a) Qual é a probabilidade de nascerem dois garotos?

b) Qual é a probabilidade de nascerem duas meninas?

c) Qual é a probabilidade de nascerem duas crianças do mesmo sexo?

15) 10.

16) a e b) 1/4; c) 1/2.

Desenvolvendo Competências

3

I. Se Rogério e Marina quiserem ter três filhos, qual é a probabilidade de nascerem três meninas? Qual é a probabilidade de nascerem dois garotos e uma menina? (Sugestão: construa mais um ramo na árvore de possibilidades).

II. Em 1990, a população mundial era de 5.292.177.000 habitantes. Especialistas estimam que a população atingirá 8.466.516.000 no ano 2025. Qual será o percentual de crescimento da população, em relação à de 1990? A população em 2025 corresponderá a que porcentagem da de 1990?

Analisando situações numéricas e construindo argumentos

Em diferentes situações de nossa vida, além de solucionar problemas precisamos convencer outras pessoas sobre nossos pontos de vista ou sobre a decisão de escolher um procedimento de resolução ou mesmo um resultado.

Nos problemas abaixo, você está convidado a construir ou a escolher argumentos que sejam convincentes.

Desenvolvendo Competências

4

I. Joca e Edu estavam indignados. Eles queriam comprar uma bola-de-futebol, mas seu preço subiu 10% na semana passada e 20% ontem."30% de aumento numa semana já é demais! Assim não dá", reclamava Joca indignado.

Se nosso amigo soubesse um pouquinho mais de matemática ficaria mais revoltado ainda, porque o aumento não é de 30%: é mais do que isso! É 32%! Vamos ver por que: o preço inicial da bola era R$20,00.

a) A quanto corresponde o primeiro aumento?
b) Qual é o preço após o primeiro aumento?
c) Qual é o preço após o segundo aumento? Lembre-se de que esse aumento incide sobre o resultado do item (b), e não mais sobre R$20,00.
d) Qual é a diferença entre o preço inicial e o preço final? Ela corresponde a que porcentagem de aumento?

II. Se, ao invés de R$ 20,00 o preço do produto fosse R$15,00, e a também sofresse dois aumentos sucessivos de 10% e 20 %, qual seria o preço final? Qual seria a porcentagem de aumento?

III.

SUPERMERCADO BARATINHO	*SUPERMERCADO QUE MOLEZA*
Leite em pó em promoção!	*Super promoção!*
Leve 4 latas e pague 3!	*20% de desconto em cada lata de leite em pó!*

Que dúvida! Mariana precisa comprar leite em pó para alimentar seu bebê, mas não sabe qual das duas promoções é mais vantajosa. Vamos ajudá-la? Nos dois supermercados, o preço anunciado para cada lata é R$ 4,00.

a) Se ela comprar 4 latas no Baratinho, qual seria o preço sem a promoção?
b) Com 4 latas ao preço de 3, quanto ela economiza?
c) No Que Moleza, por quanto sai cada lata, já com o desconto de 20%?
d) Qual é o preço de 4 latas, sem o desconto? E com o desconto?
e) Finalmente, qual das duas promoções é mais vantajosa se ela decidir comprar 4 latas de leite em pó?
f) Se ela decidir comprar 12 latas, a vantagem permanece a mesma?

IV. João deseja comprar um carro cujo preço à vista, com todos os descontos possíveis, é de R$21.000,00. Esse valor não será reajustado nos próximos meses. Ele tem R$20.000,00, que podem ser aplicados a uma taxa de juros compostos de 2% ao mês. Ele pensa em fazer um financiamento, mas um amigo que é gerente de um banco lhe diz que, se ele deixar o dinheiro aplicado por três meses, terá o dinheiro para comprar o carro à vista, e ainda lhe sobrará algum dinheiro.

Uma aplicação a "juros compostos" de 2% significa que a taxa de 2% é aplicada mensalmente ao resultado do mês anterior. Assim, ao fim do primeiro mês, João teria R$20.000,00 x 1,02 = R$20.400,00.

a) Quanto João teria ao fim do 2º mês?
b) Quanto João teria ao fim do 3º mês? O amigo de João tinha razão?

A mesma estratégia usada no problema dos juros compostos pode ser usada no problema abaixo:

V. O rio Nilo Branco, acima da represa em Jebel Aulia, no Egito, foi infestado por uma vegetação conhecida como "jacinto aquático". Em 1958 a planta cobriu somente 12km², mas o aumento anual foi de 50%. Após quantos anos a planta cobriu 40km²?

a) 1 *b) 2* *c) 3* *d) 4*

VI. Se a área total represada era de 200 km², em quanto tempo ela foi coberta?

VII. Um fato que sempre aparece no noticiário diz respeito ao preço internacional do petróleo. Cada nova crise no Oriente Médio provoca um aumento no preço do petróleo, freqüentemente expresso nos seguintes termos: "O preço do barril de petróleo passou de 25 para 28 dólares". O barril é uma unidade do sistema inglês, que corresponde a 42 galões, sendo que um galão corresponde a 3,785 litros. A quantos litros, aproximadamente, corresponde um barril?

a) 100 *b) 120* *c) 140* *d) 160*

VIII. Felizmente, o Brasil já não depende tanto do petróleo importado. Já dominamos a tecnologia para a extração de petróleo de lugares de difícil acesso, como o fundo do mar. Em particular, a bacia de Campos, no Rio de Janeiro, é uma das áreas mais promissoras, apresentando uma produção diária de 670 mil barris. Qual é a ordem de grandeza dessa produção diária, expressa em litros?

a) 105 *b) 108* *c) 1010* *d)1012*

IX. Evidentemente, quando o Brasil produz seu próprio petróleo, deixa de adquiri-lo no mercado externo. Suponha que o preço do barril de petróleo seja 25 dólares. Tendo em vista a produção diária de petróleo extraído da bacia de campos, fornecida no exercício VIII, o Brasil economiza por dia com o petróleo extraído dessa bacia, aproximadamente:

a) dezessete mil dólares.
b) dois milhões e meio de dólares.
c) dezessete milhões de dólares
d) vinte milhões de dólares.

Utilizando conceitos numéricos para avaliar propostas de intervenção no meio ambiente

Freqüentemente lemos ou escutamos notícias relativas a agressões ao meio ambiente. Nem sempre podemos influir nas decisões tomadas por agências governamentais ou grandes corporações, mas, de qualquer forma, é imprescindível que nos informemos a respeito para, devidamente fundamentados, alimentar um movimento de opinião pública que possa ter maior influência sobre os destinos de nosso planeta.

Nesse sentido, apresentaremos alguns problemas relativos a questões ambientais. Devemos destacar que nosso instrumental matemático é ainda pequeno, de modo que nossa análise de propostas de intervenção é, necessariamente, limitada. Gostaríamos, no entanto, que isso lhe servisse de incentivo para continuar seus estudos, de modo a aumentar seus conhecimentos e poder de decisão.

Resolvendo o Problema

Cada cm^2 da superfície da terra está carregado com uma massa de 1,0kg de ar. A superfície total da Terra é $5{,}1 \times 10^8 km^2$.

a) Calcular a massa da atmosfera (lembre-se de que é necessário operar uma transformação de unidades: 1 quilômetro quadrado corresponde a quantos centímetros quadrados?).

b) 22% da massa total da terra é constituída de oxigênio. Qual é a massa de oxigênio?

c) Que massa de oxigênio cobre $1km^2$ de superfície? Dê a resposta em kg e em toneladas, lembrando que 1t = 1.000kg.

d) Um km^2 de uma floresta jovem produz cerca de $2{,}5 \times 10^5 kg$ de oxigênio. Que porcentagem essa

17) a) 5,1 . 1.018kg; b) 1,1 . 1.018kg; c) 2 . 109kg = 2 milhões de toneladas; d) 1,25%; e) 120.000 anos.

massa de oxigênio significa, em relação à massa que cobre $1km^2$, calculada no item c?

e) Estimou-se que todas as plantas verdes da terra produzem 9×10^{13} kg de oxigênio anualmente. Este número não inclui o oxigênio que é consumido pelas próprias plantas. Quantos anos seriam necessários para se produzir o oxigênio da atmosfera, se ele não fosse consumido pelo fogo, nem pelos animais?

Um dos acidentes ecológicos mais nocivos ao meio ambiente é o derramamento de óleo, que afeta as plantas e os animais que vivem numa certa região, a ponto de provocar enorme mortandade de peixes e aves. O problema seguinte refere-se apenas ao efeito do óleo sobre a água potável, desconsiderando outros aspectos. Sabe-se que, quando um milhão de litros de água doce são misturados com um litro de óleo mineral, a água se torna desagradável ao paladar. Que quantidade de óleo mineral infiltrado seria suficiente para destruir $1,5 \times 10^{10}$ litros de água (essa quantidade de água serve para suprir uma cidade com 100.000 habitantes, durante um ano)?

Resposta ao pé da página.

> *Um problema de probabilidades que interessa às companhias de seguro: qual é a probabilidade de que determinado indivíduo, que hoje tem 40 anos, viva até os 60 anos?*

Você acha que é possível responder a essa pergunta?

Quando vimos a definição clássica de probabilidades, admitimos que cada resultado tinha a mesma chance de ocorrer que qualquer outro. Resultados assim são chamados equiprováveis. Alguns empregos das probabilidades, no entanto, vão além dessa possibilidade.

Para resolver o problema das companhias de seguro, podemos proceder da seguinte maneira: levantam-se os registros de nascimento e morte de um grande número de pessoas (digamos, 100.000). A seguir, descobre-se que das 100.000 pessoas vivas com a idade de 10 anos, 75.200 atingem os 40 anos. Depois, estabelece-se como probabilidade de que uma pessoa de 10 anos chegue aos 40 anos a razão $\frac{75.200}{100.000} \cong 0,75$.

Por outro lado, dos 75.200 vivos aos 40 anos, 52.315 chegaram aos 60 anos: a probabilidade de que uma pessoa viva aos 40 anos chegue aos 60 anos é definida como $\frac{52.315}{75.200} \cong 0,70$.

Essas probabilidades são importantes para as companhias de seguro, pois são elas que determinam quanto o segurado deverá pagar pelo serviço.

Desenvolvendo Competências

5

De 100.000 crianças com 10 anos de idade, 85.000 chegam à idade de 30 anos, e 58.000 à idade de 60 anos.

I. Qual é a probabilidade de que uma pessoa com 10 anos de idade chegue aos 30 anos?

a) 65 %. *b) 80%.* *c) 85%.* *d) 58%.*

II. Qual é a probabilidade de que uma pessoa com 30 anos de idade chegue ao 60 anos?

as) 65%. *b) 58%.* *c) 68%.* *d) 75%.*

18) 15.000l

Conferindo seu Conhecimento

1

I. a) 6 x 10^{12} b) 10^{14}.

II. 130.200km.

III. Resposta (b).

2

I.

Hidrogênio: 8,375 x 10^{-5} (menos denso).

Hélio: 1,664 x 10^{-4}.

Nitrogênio: 1,165 x 10^{-3}.

Oxigênio: 1,332 x 10^{-3}.

Cloro: 2,95 x 10^{-3}.

II.

a) Mesma ordem de grandeza

b) Uma ordem de grandeza.

c) Uma ordem de grandeza

d) Uma ordem de grandeza.

e) Três ordens de grandeza.

3

I. 1/8; 3/8.

II. 60%; 160%.

4

I.

a) 2,00 .

b) 22,00.

c) 26,40.

d) 6,40; 32%.

II. 19,80; 32%

III.

a) 16,00

b) 4,00

c) 3,20

d) 16,00; 12,80

e) Baratinho

f) Sim

IV. a) 20.808,00 b)21.224,16

V. Resposta (c).

VI. Aproximadamente 7 anos.

VII. Resposta (c).

VIII. Resposta (b).

IX. Resposta (c).

5

I. Resposta (c).

II. Resposta (c).

Orientação final

Para saber se você compreendeu bem o que está apresentado neste capítulo, verifique se está apto a demonstrar que é capaz de:

- Identificar e interpretar estratégias e situações matemáticas numéricas aplicadas em contextos diversos da ciência e da tecnologia.
- Construir e identificar conceitos matemáticos numéricos na interpretação de fenômenos em contextos diversos da ciência e da tecnologia.
- Interpretar informações e aplicar estratégias matemáticas numéricas na solução de problemas em contextos diversos da ciência e da tecnologia.
- Utilizar conceitos e estratégias matemáticas numéricas na seleção de argumentos propostos como solução de problemas, em contextos diversos da ciência e da tecnologia.
- Recorrer a conceitos matemáticos numéricos para avaliar propostas de intervenção sobre problemas de natureza científica e tecnológica.